



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS**

GABRIELLA KARINE BARRETO GOMES

**ANÁLISE DO RISCO EM UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTO: UMA
APLICAÇÃO A PARTIR DA TEORIA DE MARKOWITZ.**

João Pessoa
2015

GABRIELLA KARINE BARRETO GOMES

**ANÁLISE DO RISCO EM UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTO: UMA
APLICAÇÃO A PARTIR DA TEORIA DE MARKOWITZ.**

Monografia apresentada ao Curso de Ciências Econômicas, do Departamento de Ciências Econômicas, da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Bacharel em Ciências Econômicas.

Área: Mercado Financeiro

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Ana Claudia de Queiroz Lira

João Pessoa
2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

G633a Gomes, Gabriella Karine Barreto.

Análise do risco em uma carteira de investimento: uma aplicação a partir da Teoria de Markowitz./ Gabriella Karine Barreto Gomes. – João Pessoa: UFPB, 2015.

50f.:il.

Orientador: Prof. Dr. Ana Claudia de Queiroz Lira.

Monografia (Graduação em Ciências Econômicas) – UFPB/CCSA.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

AVALIAÇÃO DA MONOGRAFIA

Comunicamos à Coordenação de Monografia do Curso de Graduação em Ciências Econômicas (Bacharelado) que a Monografia da Aluna Gabriella Karine Barreto Gomes, Matrícula 11013359, intitulada “**Análise do risco em uma carteira de investimento:** uma aplicação a partir da teoria de Markowitz.”, foi submetida à apreciação da Comissão examinadora, composta pelos seguintes professores: Prof.^a Dr.^a Ana Cláudia de Queiroz Lira (orientadora); Prof.^a Dr.^a Mércia Santos da Cruz (examinadora); Prof. Msc. Jailson da Conceição Teixeira de Oliveira (examinador), no dia ____/____/____, às ____ horas, no período letivo de 2014.2.

A Monografia foi _____ pela Comissão Examinadora e obteve nota _____ (_____).

Reformulações sugeridas: Sim () Não ()

Atenciosamente,

Prof.^a Dr.^a Ana Cláudia de Queiroz Lira
(Orientadora)

Prof.^a Dr.^a Mércia Santos da Cruz
(Examinadora)

Prof. Msc. Jailson da Conceição Teixeira de Oliveira
(Examinador)

Cientes,

Prof. Msc. Ademário Félix Araújo Filho
(Coordenador de Monografia)

Prof. Dr. Alexandre Lyra Martins
(Coordenador da Graduação)

Prof. Dr. Sinézio Fernandes Maia
(Chefe do Departamento de Economia)

Gabriella Karine Barreto Gomes
(Aluna)

AGRADECIMENTOS

A minha família por tudo que me proporcionaram até hoje, por todo amor e todas as alegrias que vivemos, e por acreditar sempre no meu potencial.

A Jailson de Oliveira, pelas orientações iniciais e por me motivar a estudar o tema apresentado.

A minha professora orientadora Ana Cláudia pela dedicação, atenção e pela imensa contribuição e presteza para a construção desse trabalho.

Ao professor Aquiles Kalatzis, por toda a sua atenção e por ter me norteado nas dúvidas e questionamentos a respeito do estudo.

Ao Movimento Empresa Júnior, a CAJE, a PB Júnior, e as pessoas que conheci durante esse período, por ter me proporcionado todo o desenvolvimento que adquiri ao fazer parte dessa grandiosa rede que impactou minha vida. A Débora de Alencar por ter me dado a grande oportunidade de crescimento profissional e pessoal, e por ter me feito enxergar que todo propósito, desde que estejamos dispostos a nos esforçar, nos dedicar e aprender, vale a pena.

A minha tia Angélica e minha prima Mara Marcela pelo acolhimento, atenção e conselhos.

As minhas amigas Carolina Pereira e Elen Everlien por ter compartilhado todos esses momentos inesquecíveis comigo. Por ter contribuído para meu amadurecimento pessoal e profissional, pela paciência e força nos momentos difíceis que me fizeram sempre perseverar e nunca desistir dos meus sonhos.

A Ivanalle Pontes pela sua amizade, pelo seu companheirismo e, sobretudo pelos incentivos que me motivaram na busca pelos meus objetivos.

A Janylson Victor pelo conforto de sempre, pelas conversas que me apaziguam, e por me fazer confiar e acreditar mais no que eu posso ser.

Aos meus companheiros de trabalho Elizabete Cristina, Danilo Oliveira e Thais Diniz por todo apoio e encorajamento.

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo o estudo dos riscos no mercado financeiro ao investir em determinado número de ações, a partir da Teoria de Markowitz (1952). Para isso, foram utilizados dados históricos dos preços das ações pertencentes ao Índice Bovespa (Ibovespa) entre o período de 1 de outubro de 2012 a 31 de outubro de 2014. Para apresentar os ganhos obtidos com a diversificação das carteiras, foram construídas três carteiras compostas de maneiras distintas - a primeira carteira, composta aleatoriamente, foi construída com pesos iguais para os 41 ativos selecionados. A partir da carteira 1 (um), pode-se compor e otimizar as carteiras 2 (dois) e 3 (três). Estas foram construídas com o uso da otimização de carteiras proposta por Markowitz (1952), através da Ferramenta *Solver* do *Software* Excel. Com a aplicação do modelo proposto, foi possível indicar qual a combinação ideal de ativos para compor a carteira. A carteira 2 (dois) procurava maximizar o retorno e a carteira 3 (três) minimizar o risco. Ao observar as duas carteiras otimizadas em comparação a primeira, pode-se perceber que apenas a alocação aleatória de capital em empresas de diferentes setores não é a forma mais segura de se resguardar do risco, sendo possível construir carteiras que maximize a relação risco/retorno através de um método de otimização. Analisando a carteira 2 (dois) pode-se perceber que a função objetivo foi atendida, com um aumento da expectativa de retorno de 374,6%, e redução de risco de 16,9%. O mesmo ocorre para a carteira 3 (três), cujo objetivo era minimizar o risco, a combinação maior de ativos da mesma permitiu a redução do risco em 47,2%, mas com uma expectativa de retorno mais modesta, crescendo apenas 38,3%. Portanto, com a diversificação dos ativos na carteira, é possível mensurar e minimizar o risco, a um nível de retorno satisfatório. É um método útil de ser aplicado, permitindo aos investidores obter uma carteira com uma combinação de risco/retorno que atenda aos seus desejos e expectativas, alocando da melhor forma o seu capital.

Palavras-chave: Risco. Investimento. Otimização. Teoria de Markowitz.

ABSTRACT

The present work have for objective the study of the risks in finance market, from the Markowitz Theory (1952). For this, historical data of the stock prices were used belonging to the Bovespa Index (Ibovespa) between the period of 1 October 2012 to 31 October 2014. To present the gains from diversification of portfolios, were built three portfolios, composed of different ways - the first, composed randomly, was built with equal weights for the 41 selected assets. Starting from the portfolio 1 (one) was formed and optimized the portfolios 2 (two) and 3 (three) proposed by Markowitz (1952), through the tool Solver of Software Excel. With the application of the proposed model, was possible indicate what the ideal combination of the stocks to compose the portfolio. The portfolio 2 (two) searched to maximize the return and the portfolio 3 (three) minimize the risk. Observing these two portfolios optimized compared to the first, can be seen that just the random allocation of capital in business of different sectors is not the safest way to protect the risk, it being possible build portfolios that maximize the risk/return using an optimization method. Analyzing the portfolio 2 (two) can be perceived which the objective function was answered, with the increase of return expectation of 374.6%, and risk reduction of 16.9%. The same is true for portfolio 3 (three), whose objective was to minimize the risk, the highest combined assets of the same helped to reduce the risk by 47.2%, but with a more modest expectation of return, growing only 38.3%. Therefore, with diversification of assets in the portfolio, it is possible to measure and minimize the risk of a satisfactory level of return. It is a useful method to be used, allowing investors to achieve a portfolio with a combination of risk/return that meets your desires and expectations, allocating in the best way their capital.

Keywords: Risk. Investment. Optimization. Markowitz Theory.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Risco diversificável e sistemático de uma carteira.....	17
Figura 2 – Conjunto de alocação ótima de ativos.....	19

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Distribuição das empresas do Ibovespa por setor econômico atualizado em 24/11/2014.....	21
--	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Média dos retornos, variância e desvio padrão dos ativos.....	27
Tabela 2 – Retorno médio, variância e desvio-padrão da carteira 1 (um).....	29
Tabela 3 – Matriz de covariâncias da carteira 2 (dois).....	29
Tabela 4 – Pesos da carteira 2 (dois).....	30
Tabela 5 – Retorno médio, variância e desvio-padrão da carteira 2 (dois).....	30
Tabela 6 – Matriz de covariâncias da carteira 3 (três).....	31
Tabela 7 – Pesos da carteira 3 (três).....	32
Tabela 8 – Retorno médio, variância e desvio-padrão da carteira 3 (três).....	32

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Fronteira eficiente da carteira 2 (dois).....	31
Gráfico 2 – Fronteira eficiente da carteira 3 (três).....	33
Gráfico 3 – Desvio padrão dos ativos x desvio padrão das carteiras otimizadas.....	34

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	OBJETIVOGERAL.....	12
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
2	REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1	RISCO DE MERCADO: CONCEITO E VARIÁVEIS RELACIONADAS	14
2.2	A TEORIA DA DIVERSIFICAÇÃO DE CARTEIRAS: MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE MARKOWITZ.....	17
3	PROCEDIMENTOS METODOLOGICOS	21
4	ANÁLISE DOS RESULTADOS	27
4.1	ANÁLISE DESCRITIVA DO PORTFÓLIO	27
4.2	OTIMIZAÇÃO DA CARTEIRA	28
5	CONCLUSÃO	35
	REFERÊNCIAS	37
	ANEXOS	39
	APENDICES	41

1 INTRODUÇÃO

O risco é um conceito antigo que vem evoluindo desde a sua definição juntamente com sua forma de administração. Os indivíduos sempre estiveram expostos ao risco, quer relacionada à sua sobrevivência, descobertas e até mesmo a acumulação de riqueza.

Em sua tese sobre a diversificação das carteiras Markowitz (1952) propõe que é possível obter melhores resultados com os portfólios ao buscar uma combinação dos seus ativos e dessa maneira minimizar o risco dos investimentos. Esse processo de seleção de ativos para compor uma carteira pode ser dividido em dois momentos diferentes, com o primeiro realizando a observação da experiência passada dos ativos visando formalizar opiniões sobre a dinâmica futura dos negócios em questão e, o segundo faz uso dessas opiniões tendo por fim a escolha de uma carteira de ações.

De acordo com Jorion (1992) a grande contribuição de Markowitz com a teoria da diversificação do portfólio, considerando a otimização do retorno médio e da variância, possibilitou aos investidores o uso de uma ferramenta que maximizasse a expectativa de retorno, a um nível de risco escolhido, através da alocação do capital em diferentes investimentos, levando em conta as suas preferências em relação ao risco e retorno.

Segundo Sharpe (1995), existe uma grande dificuldade em prever o risco, sobretudo o risco de mercado, e isso decorre do fato desse ter causas conhecidas ou não. Mesmo se os investidores pudessem prever o desempenho do mercado futuro como um todo, o comportamento dos produtos financeiros depende, também, de inúmeros outros fatores como, por exemplo, a forma de gestão da empresa e de seus recursos financeiros disponíveis.

Sabe-se que ao investir em determinado produto financeiro, o investidor pretende obter ganhos, mas tem consciência, diante da imprevisibilidade do mercado, que existem também probabilidades de perdas. Assim, ele estará sujeito a riscos de lucros ou prejuízos ao realizar qualquer investimento (BRITO, 1981; DUARTE JÚNIOR, 1996).

Para Duarte Júnior (1996) é denominada de risco a medida numérica das incertezas relacionadas ao retorno que o investidor poderá obter no período final da realização do seu investimento.

Enfatizando outros aspectos a respeito do risco e diversificação, Brito, A. e Brito, N. (2002) trazem a importante consideração de como os choques exógenos, relacionados a crises

internacionais e recessões, podem interferir no risco que os acionistas estão expostos, elevando o risco no mercado acionário. Ainda comprovam que a formulação de planos e políticas econômicas concretas, como a estabilização e regulamentação do mercado, são imprescindíveis para a redução das incertezas e riscos enfrentados no mercado de ações, podendo reduzi-los ainda mais se os investidores escolherem um portfólio de ações diversificado.

Malkiel (2002) informa que ao usar a teoria de Markowitz é possível obter ganhos de diversificação compondo as carteiras com ativos negativamente ou pouco correlacionados, pois a combinação desses pode reduzir significativamente o risco da carteira.

É preciso considerar, também, a questão das expectativas dos investidores em relação ao desempenho futuro dos preços dos seus ativos. De acordo com Marinho (2012), um dos maiores problemas da Teoria Moderna de Investimento é encontrar ativos que maximizem as expectativas de cada investidor e atenda a relação de risco e retorno. Esses procuram sempre aprimorar seu portfólio de acordo com a avaliação que faz de suas perspectivas de retorno do capital, e para otimizar sua escolha leva em conta vários indicadores empresariais, financeiros e mercadológicos.

Marinho (2012) afirma que na teoria de Markowitz a diversificação do portfólio permite a redução e até a eliminação do risco não sistemático, aquele que pode ser reduzido com a diversificação de ativos.

Dessa forma, para otimizar uma carteira de investimento visando a redução do risco e maximização do retorno, a adoção da diversificação de carteiras proposta por Markowitz (1952) seria ideal, pois utiliza um método que combina a melhor opção de ativos para minimizar o risco ou maximizar o retorno. Baseado nessa proposta, o problema da pesquisa consiste em: como avaliar o risco de mercado ao investir em carteiras?

Dado o problema de pesquisa, o trabalho é norteado pelos seguintes objetivos:

1.1 OBJETIVOGERAL

- Estimar o risco incorrido ao adquirir uma carteira de investimentos, a partir da Teoria de Markowitz, em uma carteira de ações.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Fundamentar o estudo do risco financeiro no mercado a partir da teoria de Markowitz;
- Aplicar a teoria da Carteira de Markowitz, visando à otimização da carteira de investimento;
- Analisar a importância da diversificação de investimentos proposta por Markowitz.

Nesse sentido, o trabalho se justifica pelo interesse em avaliar o risco de determinados ativos pertencentes a diferentes setores econômicos, procurando verificar como a diversificação pode contribuir para a redução do risco. E ao mesmo tempo, como sua implementação pode auxiliar os investidores na melhor administração de suas carteiras de ações, maximizando os seus ganhos.

Assim, é elaborada uma carteira de ações por meio dos preços históricos das ações de empresas listadas na Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBovespa), pertencentes ao índice Ibovespa, atuantes em diferentes setores da economia, durante o período de Outubro de 2012 a Outubro de 2014.

Esse estudo está organizado em 5 (cinco) seções: a primeira é a introdução, esboçando a apresentação do conteúdo; o referencial teórico é a segunda, trazendo os principais conceitos necessários para o entendimento do trabalho e explicações da teoria utilizada; na terceira seção encontra-se os procedimentos metodológicos, expondo os passos realizados desde a coleta de dados até o cálculo do modelo; a quarta seção trata da análise dos resultados obtidos com o método apresentado; e a última seção expõe as principais conclusões apuradas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A questão da avaliação do risco vem ganhando ênfase por promover certa segurança aos investidores ao elaborar suas carteiras de investimento, podendo ser usado como uma forma de resguardar o investimento contra movimentos adversos no mercado, minimizando as perdas que podem ocorrer caso os gestores não estejam preparados para essas mudanças.

Com isso, cresceu a elaboração e uso de modelos que possibilitassem medir o risco que se pode estar sujeito ao investir em determinado conjunto de ativos, permitindo o apuramento do valor das possíveis perdas ou ganhos.

Alguns estudiosos se destacaram por elaborarem modelos que objetivavam justamente essa questão, como Markowitz na sua teoria de otimização e diversificação de carteiras, permitindo a minimização e identificação desse risco, possibilitando uma ferramenta de análise de desempenho das carteiras para os investidores. Essa proposta será apresentada a seguir.

2.1 RISCO DE MERCADO: CONCEITO E VARIÁVEIS RELACIONADAS

É fato que os preços dos ativos de diferentes empresas possuem comportamentos distintos um dos outros, podendo subir ou cair com mais intensidade quando mudanças ocorrem ou são previstas no mercado, isto é, as suas características de sensibilidades de mercado são diferentes (SHARPE, 1995).

Sharpe (1995) considerada também a questão das expectativas dos agentes, se as expectativas dos indivíduos são maiores que as mudanças reais ocorridas no preço dos ativos de determinada empresa, o valor da sensibilidade de mercado, ou seja, as oscilações dos preços dos ativos serão ainda maiores que as previsões. Portanto, a exposição ao risco de uma carteira de investimento vai depender do comportamento do preço dos ativos em relação ao movimento do mercado, ou seja, o quão sensível são os seus preços a choques adversos no mercado financeiro. E como cada ativo tem sensibilidades diferentes, construir uma carteira com diferentes títulos de empresas é o ideal para resguardar (ou otimizar) o investimento de prováveis perdas (ou ganhos) que possam ocorrer devido ao mau (ou bom) comportamento de

um título. E o risco diversificável, chamado por Sharpe (1995) de ‘não-mercado’, também conhecido como não sistemático, é tratado (reduzido) pela diversificação, e para diversificar um portfólio o número de ativos que irão compô-lo tem que ser cautelosamente escolhido.

Duarte Júnior (1996) indica que o risco de mercado está relacionado ao preço do ativo, sujeito ao comportamento do mercado. É preciso identificar e quantificar o desempenho dos fatores que interferem na dinâmica do preço do ativo, para mensurar e entender as perdas que podem surgir decorrentes das oscilações do mercado.

Aprimorando essa definição, Goulart (2003) informa que o risco é a probabilidade de obter um ganho ou perda acima do esperado, porém muitas vezes é associado a desempenhos negativos, ou seja, ao risco de se deparar com algum prejuízo em decisões de investimento. E no mercado financeiro o risco é entendido como o prejuízo advindo do fluxo inconstante das variáveis econômicas e financeiras, como taxa de juros, taxa de câmbio, preço das ações e de *commodities*. Ou seja, o risco de mercado pode ser decomposto em quatro variáveis as quais são risco da taxa de juros, risco cambial, risco de preço de ações e risco de *commodities*, assim as perdas ocasionadas por qualquer uma dessas variáveis, são atribuídas às mesmas.

Goulart (2003, p.77) considera que o risco de mercado pode originar-se de diferentes formas:

Além de manifestar-se na tomada de posições *trading* (compra e venda de ativos com objetivo de auferir lucros a curto prazo) o risco de mercado pode também advir dos descasamentos entre ativos e passivos em termos de prazo, moeda (indexadores), ou taxas, ou ainda quando da utilização de derivativos. (GOULART, 2003, p. 77)

Gaio (2009) mostra que o risco está relacionado a perdas possíveis que podem surgir ao realizar um investimento. Alegando que o risco de mercado surge da possibilidade de perdas no mercado financeiro, em razão das oscilações dos preços dos títulos.

Para Jorion (2009) o risco surge de causas desconhecidas ou não, e é classificado em três grupos:

- O *known knows* (fatos conhecidos), onde todos os riscos são possíveis de identificar, dessa forma são facilmente mensurados, proporcionando uma melhor avaliação das perdas prováveis do investimento. Assim, os gestores conseguem decidir até que ponto irão expor o investimento ao risco para obter o retorno desejado. Esse tipo de risco é baseado no ganho provável que poderá obter em

determinado investimento e da exposição que está ocorrendo, ou seja, da escolha certa do beta.

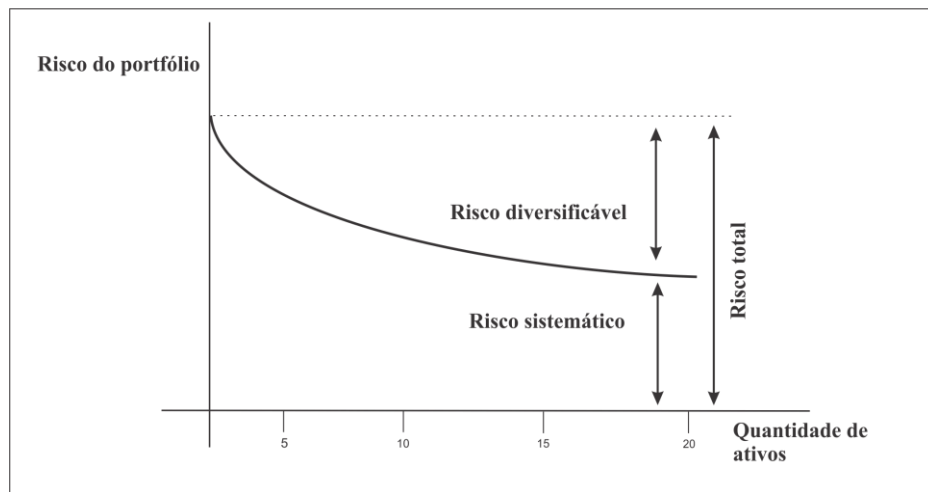
- O *knowns unknowns* (fatos desconhecidos), em que existem riscos oriundos de causas identificáveis, pois é inquestionável que os sistemas de risco por mais sofisticados que sejam possuem algum tipo de falha ou deficiência, seja por não conseguir captar “fatores de risco conhecidos”, ou por não ser realizada corretamente a avaliação das expectativas de retorno e volatilidade desse investimento.
- O último *unknown unknowns* (incógnitas desconhecidas) é o risco proveniente de fatores externos a gestão e estrutura das carteiras. Ou seja, é o risco ligado a fatores macroeconômico, relacionado à estrutura do mercado e o desempenho da economia, chamado de risco sistêmico que pode ser mensurado, mas não reduzido com a diversificação, podendo dificultar o sucesso das estratégias de gestão de risco.

De acordo com Assaf Neto (2012) no mercado financeiro o risco é dividido em dois tipos: o não sistemático, ligados a fatores microeconômicos de mercado e gestão da organização; e o sistemático, ligados a fatores macroeconômicos, referentes a mudanças na política governamental, oscilações no câmbio, entre outros fatores.

Assaf Neto (2012) afirma que o risco sistemático é inerente a todos os ativos negociados no mercado, sendo determinado por eventos de natureza política, econômica e social, pois cada ativo comporta-se de forma diferente diante da situação conjuntural estabelecida. O risco sistemático é difícil de ser evitado, sendo indicada a diversificação da carteira de ativos como medida preventiva para a redução do risco total.

Por sua vez, diferente do risco sistemático, suscetível a oscilações na economia (taxa de juros, políticas econômicas, inflação, entre outras) e sempre presente na estrutura das carteiras, o risco não sistemático pode ser minimizado por meio da diversificação. Na Figura 1 pode-se observar que, conforme se amplia a quantidade de títulos na carteira, o risco total diminui, em razão do risco diversificável, mas isso ocorre até o nível do risco sistemático.

Figura 1 – Risco diversificável e sistemático de uma carteira¹.



Fonte: Elaboração própria, baseado em Assaf Neto (2012).

E essa é umas das vantagens da diversificação de carteiras apresentada pela teoria de Markowitz. Essa pode ser adotada em carteiras de diferentes naturezas, como ações, títulos de renda fixa, produtos comerciais, etc. (ASSAF NETO, 2012). E deve ser levado em consideração o risco que o investidor está disposto a assumir, ou seja, a sua aversão ao risco, pois existem investidores mais propensos a correr riscos, enquanto outros são mais conservadores.

2.2 A TEORIA DA DIVERSIFICAÇÃO DE CARTEIRAS: MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE MARKOWITZ

Para medir esse risco, com o objetivo de minimizá-lo, Markowitz (1952) surge com um enfoque quantitativo para a otimização de carteiras de investimento. Posteriormente, vários estudiosos passaram a analisar a relação risco/retorno com a diversificação, a exemplo de Evans e Archer em 1968, Sharpe por volta de 1972 e Solnik também por volta da década de 70.

Markowitz (1952) estruturou as bases da Moderna Teoria dos Investimentos em sua tese de doutorado apresentada em 1952, na Universidade de Chicago. De acordo com a teoria de Markowitz (1952), os investidores podem determinar todas as carteiras ótimas, no sentido

¹ Desenho similar do gráfico presente em Assaf Neto (2012).

risco e retorno, e formar a fronteira eficiente, que é descrita como o melhor conjunto possível de carteiras, ou seja, são carteiras que possuem o mínimo nível de risco para dado nível de retorno. Desse modo o objetivo central de Markowitz (1952) é a seleção de uma melhor carteira que se situa na fronteira eficiente e desprezar as que são consideradas inferiores.

Em seu trabalho Brito (1981) verifica quais as consequências da diversificação, com foco no tamanho da carteira ideal para se auferir os benefícios da diversificação, e os elementos do risco no mercado acionário brasileiro, ou seja, na simetria de risco diversificável e não diversificável no mercado. Procura buscar explicações para as instituições financeiras orientar seus investidores na escolha do tamanho apropriado de sua carteira, por meio das premissas da diversificação, já introduzidas por diversos estudiosos, e dos elementos sobre o funcionamento dos mercados.

O problema mostrado por Jorion (1992), ao optar pela diversificação da carteira, é encontrar justamente a combinação perfeita de ativos, levando em consideração as preferências do investidor em relação ao risco/retorno requerido pelos mesmos.

Markowitz utiliza o método da media-variância para encontrar os ativos que irão compor o portfólio ótimo. Para isso é necessário definir a expectativa de retorno, o desvio padrão dos ativos e os coeficientes de correlação de todos os pares de ativos. Com isso definido, é possível montar um portfólio que irá minimizar o risco e trará um retorno correspondente a esse risco (JORION, 1992).

Malkiel (2002) ressalta que se os ativos são negativamente correlacionados, ou seja, o coeficiente de correlação for -1 , a combinação desses ativos pode eliminar de maneira completa o risco da carteira; se for zero não existe nenhuma correlação entre seus preços, já se for positiva os movimentos dos preços são iguais, o investidor alocando qualquer quantidade de ativo o risco e o retorno permanecerem os mesmos, não terá ganhado com a diversificação, mas sendo esse menor que 1 (um) e a carteira constituída ponderadamente pelos dois tipos de ações ou mais, poderá obter grandes ganhos de retorno, além de redução do risco.

Goulart (2003, p. 76) mostra que “o valor de uma carteira oscila em função de variações ocorridas nos preços de instrumentos financeiros”, ocasionadas por modificações nas taxas de juros ou de câmbio, ou na mudança da demanda e oferta desses instrumentos.

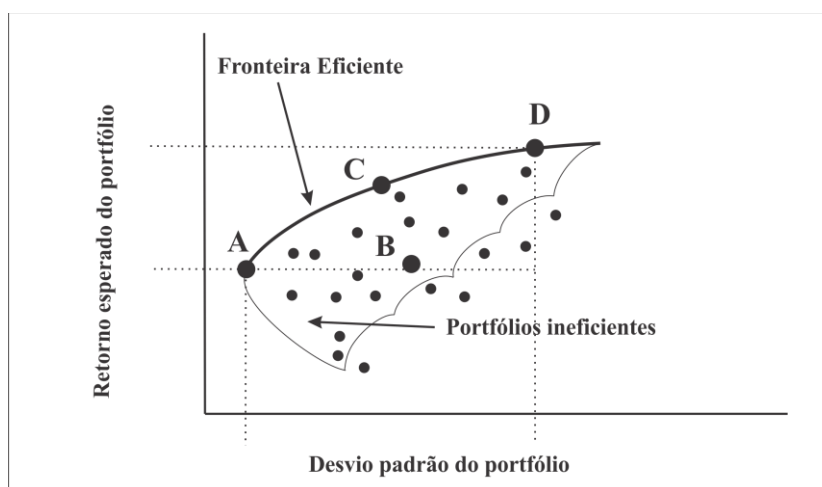
Como mostra Almeida, Silva e Ribeiro (2010) o risco impacta no nível de retorno, e o motivo da diversificação de ativos se justifica para reduzir o risco e evitar que perdas maiores que o estimado aconteça.

Farias e Moura (2013, p.117) ainda ressaltam que “a determinação dessas ponderações ótimas assegurara que a carteira escolhida seja eficiente, na medida em que, para um determinado retorno especificamente, o risco será minimizado”.

Rubessam e Beltrame (2013) mostram que o método de Markowitz estima os retornos médios e os pesos a fim de montar uma carteira adequada que maximize o retorno a um dado nível de risco, porém para obter a carteira eficiente é necessário o cálculo do retorno médio e a covariância. Como o cálculo do retorno médio tende a apresentar erros por muitos investidores não possuir uma ferramenta adequada para estima-los, ficando só com a estimação da matriz de covariância. Assim procura-se estimar a carteira com a menor variância global, sendo aquela localizada na parte esquerda da fronteira eficiente de Markowitz, como apresentado na Figura 2.

No ponto A da fronteira é possível conseguir um menor risco com o mesmo retorno, ao comparar com carteiras com o mesmo nível de retorno, ressaltando que essa representa a carteira de variância mínima e abaixo dessa o retorno se reduz. Da mesma forma, no ponto D, obtém-se um maior retorno que carteiras com o mesmo risco. Carteiras localizadas a direita desse ponto apresentam um risco maior.

Figura 2 – Conjunto de alocação ótima de ativos².



Fonte: Elaboração própria a partir de Vera e Ulloa (2005).

² Fronteira eficiente adaptada, a partir do gráfico presente em Vera e Ulloa (2005), incluindo os pontos que representam os portfólios eficientes.

As medidas de retorno esperado, riscos e covariâncias, são calculados com base nas observações passadas dos preços dos ativos, assim o retorno esperado da carteira é baseado na expectativa do investidor. Os pesos determinados vão minimizar a variância para a taxa de retorno pretendida, levando em conta que o modelo tenha capacidade de prever os valores de forma correta (FARIAS; MOURA, 2013).

Marques *et. al.* (2013) explica que esse conjunto de carteiras formando a denominada fronteira eficiente possuem nessa curva carteiras que são as escolhidas em relação a todas outras e são chamadas de carteiras eficientes.

Assim como qualquer agente econômico, os investidores procuram sempre maximizar a utilidade de suas escolhas buscando sempre curvas de indiferenças mais elevadas, ou seja, vão sempre procurar opções de investimento mais elevadas diante das opções que possuem, visando sempre um maior retorno possível.

3 PROCEDIMENTOS METODOLOGICOS

Nesse estudo, três carteiras de investimento serão montadas utilizando o preço das ações de empresas listadas na BM&FBovespa, selecionadas para o período de Outubro de 2012 a Outubro de 2014, a primeira será composta proporcionalmente com os títulos das empresas e as outras duas diversificadas pela Teoria de Markowitz (1952).

3.1 COMPOSIÇÃO DE COLETA DE DADOS

Para verificar como o risco pode ser minimizado através da diversificação do portfólio e realizar a estimação do Modelo de Markowitz (1952), foram coletados os preços das ações das empresas pertencentes ao Índice Bovespa (Ibovespa), atualizado em 24/11/2014. Esse índice representa uma carteira teórica de ativos, e tem por objetivo ser um indicador que apresenta as cotações dos ativos mais negociados e também mais rentáveis no país. Esse índice é composto por ações e units³ listadas na BM&FBovespa e fazem parte de diferentes setores da economia (vide Anexo A). Como pode ser visto no Quadro 1, estão sintetizados e representadas os diferentes setores das empresas que iram ser utilizadas na análise.

Quadro 1 – Distribuição das empresas do Ibovespa por setor econômico atualizado em 24/11/2014

SETOR ECONÔMICO	QUANTIDADE
Petróleo, Gás e Biocombustíveis	1
Materiais Básicos	4
Bens Industriais	1
Construção e Transporte	9
Consumo não Cíclico	8
Consumo Cíclico	5
Telecomunicações	1
Utilidade Pública	5
Financeiro e Outros	7
TOTAL	41

Fonte: Elaboração própria, a partir das informação da BM&FBOVESPA (2014).

³ As units são ativos formados por vários valores mobiliários, como por exemplo, uma ação ordinária ou um bônus de subscrição.

As empresas utilizadas no trabalho foram: Ambev, All América Latina Logística, Banco do Brasil, Bradesco, BRF S/A, BR Malls, BR Properties, BM&FBovespa, CCR S/A, CPFL Energia, Souza Cruz, Cosan, Cia Siderúrgica Nacional (Sid Nacional), CETIP, Cyrela, Duratex, Ecorodovias, Eletrobrás (ELET3), Embraer, Energias do Brasil, Estácio Part, Even, Fibria, Gafisa, Cia Hering, Hypermarchas, Kroton, Lojas Renner, Marfrig, MRV, Natura, PDG Realt, Petrobras (PETR3), Qualicorp, Localiza, Rossi Ressid, Sabesp, Tractebel, TIM Part, Ultrapar, e Vale (VALE3).

Esses dados foram selecionados pelo site do *Yahoo* Finanças (2014), onde foram coletados os preços diários de fechamento de cada uma dessas companhias no período entre 01/10/2012 a 31/10/2014, somando dois anos de dados diários. Para realizar o tratamento dos dados, cálculos e estimação do modelo foi utilizado o *software* Excel e um dos suplementos desse mesmo programa chamado *Solver*, utilizado para otimização do modelo.

3.2 OPERACIONALIZAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO DA CARTEIRA: MODELO DE MARKOWITZ

Para Markowitz (1952) o investidor deve diversificar seu investimento com uma carteira eficiente que possui uma combinação de máximo retorno com mínima variância. Com isso, obtendo um resultado satisfatório entre o retorno e a covariância entre os pares de ativos. Esse modelo é dado pelo retorno esperado da carteira, variância e covariância expressas abaixo:

$$R_c = \sum_{i=1}^n R_i W_i \quad (1)$$

$$V(X) = \sigma^2 \quad (2)$$

Na equação (1) R_c é o retorno esperado da carteira, R_i é o retorno esperado das ações i , e W representa o percentual da carteira aplicado no ativo i . O retorno é maximizado com qualquer alocação de pesos que sejam iguais a 1, ou seja, $\sum_{i=1}^n W_i = 1$. O retorno de uma

carteira constituída por n títulos é determinada pela soma da ponderação média do retorno de cada ativo em relação a sua participação total na carteira.

A equação (2) mostra a variância das ações X, ou seja, a dispersão dessas variáveis em torno da média, que é o desvio padrão elevado ao quadrado.

E a expressões risco da carteira é dado por:

$$\sigma_c = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \text{COV}_{i,j} \sigma_i \sigma_j \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Já a equação (3) ilustra o risco de uma carteira de investimentos, e pode ser definido em função de três fatores, onde se destacam o peso de cada valor na carteira, $W_i W_j$, o desvio padrão de cada ativo, $\sigma_i \sigma_j$, e a covariância⁴, $\text{COV}_{i,j}$, entre cada par de ativos. Para se obter a melhor carteira possível a diversificação deve ser feita baseada nas correlações dos retornos dos ativos.

Após a coleta dos dados no *Yahoo* Finanças, os mesmos foram organizados com o uso do *Software* Excel, e alguns passos foram seguidos para a realização dos testes e verificação da eficiência do Modelo proposto por Markowitz (1952) na análise do risco/retorno. Inicialmente, foi realizada a análise descritiva de cada ativo selecionado da seguinte maneira:

- a. Cálculo dos retornos diários das empresas pela fórmula:

$$R_i = \left(\frac{P_{t+h}}{P_t} \right) - 1 \quad (4)$$

- b. Média dos retornos diários de cada ação, pela equação MEDIA;
- c. Calculo do desvio padrão pela formula DESVPAD;
- d. Obtenção da variância através da formula VAR.A;

E com isso, para possibilitar a otimização de Markowitz (1952) são realizados os seguintes procedimentos:

⁴ A covariância entre os pares de ativos do portfólio é expressa por: $\text{COV}_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$, onde ρ_{ij} , é o coeficiente de correlação, ρ_{ij} , e σ_i e σ_j , os desvios padrões das variáveis, que é a raiz quadrada da variância.

- a. Obtenção da matriz da covariâncias de cada par de ação, pela fórmula no Excel COVAR, expresso matematicamente por:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) (y_i - \bar{y}) \quad (5)$$

- b. Confecção da matriz de correlações entre os ativos x e y, expressa como:

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (6)$$

ou seja, essa matriz é obtida pela divisão das covariâncias dos pares de ativos, σ_{xy} , pelo produto dos desvios padrões de cada ativo, $\sigma_x \sigma_y$;

Em seguida as carteiras são montadas e otimizadas através dos seguintes procedimentos:

A) CARTEIRA 1:

A carteira 1 (um), composta pela igual proporção dos retornos históricos das ações das empresas, foi calculada pelo produto da soma dos retornos proporcionais das ações, isto é, a participação, ou peso, de cada empresa na composição total da carteira pelo produto dos seus retornos históricos. Essa carteira é usada como base para a obtenção das carteiras 2 (dois) e 3 (três).

B) CARTEIRAS 2 e 3:

As carteiras 2 (dois) e 3 (três), são as carteiras diversificadas de Markowitz, em que foram calculadas através da soma ponderada do peso que cada empresa irá representar no portfólio como um todo, atendendo aos critérios dos modelos escolhidos, como será apresentado logo abaixo.

Para obter a carteiras 2 (dois) e 3 (três) foram usados respectivamente dois testes distintos com o uso de dois modelos de otimização, como será visto logo em seguida, através da ferramenta *Solver* do *Software* Excel, que pode ser ativado na opção ferramentas e suplementos do Menu do Excel.

MODELO 1- Com esse modelo procura-se maximizar o retorno diário da carteira 2 (dois), sendo assim, a variável restringida será o desvio padrão que deve ser menor ou igual

ao menor desvio padrão dos ativos na carteira. Assim como mostra Siqueira, Kalatzis e Toledo (2007) sua função objetivo é:

$$\max \sum_{i=1}^m R_i W_i \quad (7)$$

Sendo R_i o retorno diario da ação i e W_i é a quantidade de capital alocada na ação i . A fim de satisfazer a função objetivo são delineadas as seguintes restrições a serem satisfeitas:

$$\sigma_1 W_1 + \sigma_2 W_2 + \dots + \sigma_m W_m \leq \bar{\sigma} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^m W_i = 1 \quad (9)$$

$$0 \leq W_i \leq \theta, \text{ para } i = 1, \dots, m \quad (10)$$

A restrição (8) mostra que σ_1 e σ_2 representam o desvio padrão das ações 1 e 2, $\bar{\sigma}$ representa o ativo de maior desvio padrão médio. Com ela tem-se que ao somar as ações pelo que será investido em cada uma delas o resultado será igual ou menor ao ativo de maior risco médio. A restrição (9) mostra que a soma do que será investido em cada ativo do portfólio tem que ser igual a 100%. A restrição (10) mostra que é preciso investir um valor igual ou superior a 0% em cada ativo.

MODELO 2- Nesse modelo a função objetivo é minimizar o risco representado pelo desvio padrão, a variável restringida será o retorno médio da carteira 3 (três) que precisa ser maior ou igual ao retorno médio da carteira igualmente ponderada. Para que o modelo consiga atender a sua função objetivo são formuladas algumas restrições a serem satisfeitas:

$$R_1 W_1 + R_2 W_2 + \dots + R_m W_m \geq \bar{R} \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^m W_i = 1 \quad (12)$$

$$0 \leq W_i \leq \theta, \text{ para } i = 1, \dots, m \quad (13)$$

A restrição (11) mostra que o somatório do retorno de cada ativo na carteira proporcional ao seu peso tem que ser maior ou igual ao retorno médio da carteira; a restrição (12) mostra que a soma das participações individuais, W_i , de cada ativo tem que ser igual a 100%; e a restrição (13) apresenta que as participações individuais dos ativos necessitam ser maior ou igual a 0%.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos, após realizar a análise dos dados, serão apresentados nessa sessão. A análise descritiva dos dados foi realizada para verificar o desempenho de cada ativo individualmente e, logo em seguida, a otimização das carteiras será apresentada e discutida.

4.1 ANÁLISE DESCRITIVA DO PORTFÓLIO

Para o estudo foi usada uma amostra de 543 preços diários de cada uma das 41 empresas, totalizando 22.263 preços diários, sendo calculados 542 retornos diários para cada uma dessas. A média do retorno diário relativo, desvio padrão e variância esperados para esses ativos são apresentados no Apêndice A, e na Tabela 1 está exposta as empresas que obtiveram resultados com maiores destaque.

Tabela 1 – Média dos retornos, variância e desvio padrão dos ativos

	MÉDIA	DESVIO PADRÃO	VARIÂNCIA
Ambev	-0,241%	5,093%	0,259%
CETIP	0,040%	1,276%	0,016%
Kroton	1,423%	31,641%	9,993%
Rossi Resid	0,731%	22,120%	4,884%

Fonte: Elaboração própria (2014).

Pode-se perceber, observando o Apêndice A que 17 das 41 empresas analisadas apresentaram a média dos retornos diários positivos, e de acordo com Monteiro (2012) como algumas apresentaram um retorno maior que 0,1% podem ser consideradas empresas de altos retornos. A empresa que obteve o maior retorno foi a Kroton com 1,423%, e o menor observado foi a Ambev com um retorno negativo de -0,241%.

O próximo passo realizado foi o cálculo da variância dos retornos dos preços dessas ações, essa mostra a variabilidade dos ativos, ou dispersão em relação ao valor médio esperado. A maior variância dos retornos foi a da empresa Kroton, com 9,99% e a CETIP apresentou uma menor variância em relação às outras empresas, com 0,02%.

Assim como a variância, o desvio padrão foi outra medida estatística usada para verificar a dispersão dos retornos em torno da média, seu resultado é a raiz quadrada da variância, esse indica o erro, ou o risco, dos ativos utilizados. Para Markowitz (1952) é o desvio padrão que será utilizado para verificar a variabilidade dos retornos dos ativos.

O maior risco encontrado foram nos ativos da empresa Kroton, com 31,64% de risco, pois geralmente quanto maior o retorno maior o risco; já o menor risco foi o da CETIP, com um valor de 1,28% de risco.

Assim, um investidor poderia investir na Kroton que apresentou o maior retorno, mas estaria correndo um risco maior do que se investisse em outras empresas, pois geralmente maiores retornos implicam maiores riscos, de tal modo o contrário. Caso escolhesse investir em uma empresa que trouxesse um risco mínimo, poderia arriscar na CETIP, porém obteria um retorno muito baixo. E se decidir investir nos ativos das outras empresas vai se deparar com a mesma incerteza do risco incorrido e do retorno que poderá obter.

Como já ressaltado, também é de fundamental importância saber a correlação dos retornos para cada par de ativos, assim como apresentado por Malkiel (2002), pois o grau de correlação entre os mesmos é que vai determinar os ganhos de diversificação. Com isso, a matriz de correlação foi confeccionada, e ao observá-la (vide Apêndice B), tomando como exemplo os ativos da Even e Cyrela, percebe-se que possuem alto grau de correlação (0,63), pois como afirma Monteiro (2012) se o resultado dessa medida for superior a 0,5, possuem uma correlação elevada, não sendo aconselhável investir nessas duas ações ao mesmo tempo. O mesmo ocorre com as empresas Ecorodovias e CCR S/A que obtiveram um grau de correlação de 0,62.

Dessas imprecisões, compreende-se o porquê de se diversificar uma carteira. Ao fazer essa escolha o investidor poderá fazer a combinação de ativos de empresas que tragam um retorno maior a um risco mais baixo, do que se investisse em uma única empresa, se deparando com um risco maior do que o desejado.

4.2 OTIMIZAÇÃO DA CARTEIRA

Como o objetivo é encontrar uma carteira ótima, que maximize as expectativas dos investidores, é preciso mostrar a diferença no nível de risco e retorno quando o investidor monta uma carteira de maneira aleatória, dividindo o seu capital igualmente nos ativos escolhidos, exposta por Marques *et. al.* (2013) e Farias e Moura (2013) como uma maneira aleatória de diversificação de ativos, e quando opta por compor sua carteira otimizada pelo

método de Markowitz (1952). Marques *et. al.* (2013) mostra que os investidores podem montar suas carteiras escolhendo diferentes pesos de ativos.

Apresenta-se primeiramente a carteira constituída igualmente ponderada, com peso de 2,44% para cada ativo, ou seja, 2,44% de um capital total de 100% é aplicado em cada ativo das 41 empresas. Com os pesos, retorno e desvio padrão de cada ativo, foi calculado a matriz da covariância dos pares de ativos (vide Apêndice C), pois como expõe o Modelo de Markowitz (1952) através da fórmula (3), é necessário saber a influência de cada ativo na variância da carteira, e como isso impacta no seu nível de retorno e risco.

Com isso, o próximo passo é o estabelecimento do retorno, variância e desvio padrão esperado, do mesmo modo como é apresentado nas equações (1), (2) e (3). Através da Tabela 2, pode-se perceber que a taxa média de retorno diário esperado para a carteira 1 (um) é 0,031%, com um desvio padrão de 1,536%.

Tabela 2 – Retorno médio, variância e desvio-padrão da carteira 1 (um)

	Expectativa de retorno	Variância	Desvio Padrão
Carteira 1	0,031%	0,024%	1,536%

Fonte: Elaboração própria (2015).

A partir dessa carteira foi diversificada as outras duas carteiras de ações, pelos dois modelos já mencionados na seção 3.2 os quais são os de maximização do retorno e minimização do risco. Assim, dentre as 41 empresas selecionadas para o estudo, foram selecionadas as que irão compor essas carteiras de acordo com o objetivo da cada modelo de otimização. A Carteira 2 (dois) é a carteira otimizada de Markowitz onde foi utilizado o modelo de maximização do retorno. A matriz de covariâncias dessa carteira, apresentada na Tabela 3, foi obtida para permitir o cálculo do retorno e desvio padrão.

Tabela 3 – Matriz de covariâncias da carteira 2 (dois)

	BRFS3	EMBR3	FIBR3	KROT3	QUAL3	RSID3	TIMP3
BRFS3	0,020%	0,005%	0,006%	-0,002%	0,005%	0,034%	0,005%
EMBR3	0,005%	0,033%	0,012%	-0,004%	0,002%	-0,016%	0,010%
FIBR3	0,006%	0,012%	0,041%	0,066%	0,001%	-0,014%	0,010%
KROT3	-0,002%	-0,004%	0,066%	9,993%	0,006%	0,077%	-0,013%
QUAL3	0,007%	0,007%	0,007%	-0,037%	0,008%	0,104%	0,015%
RSID3	0,034%	-0,016%	-0,014%	0,077%	0,056%	4,884%	0,018%
TIMP3	0,005%	0,010%	0,010%	-0,013%	0,002%	0,018%	0,044%

Fonte: Elaboração própria (2015).

Nota: A descrição dos códigos das empresas encontra-se no Anexo A

Ao realizar os procedimentos no *Solver*, conforme apresentado na seção 3.2, a nova carteira agora é composta por 7 (sete) ativos, e seus novos pesos estão apresentados na Tabela 4, isto é, esses pesos mostram quais seriam as combinações ideais de cada ativo para que o retorno seja maximizado.

Tabela 4 – Pesos da carteira 2 (dois)

EMPRESAS	PESOS
BRF S/A	47,49%
Embraer	24,02%
Fibria	7,07%
Kroton	1,77%
Qualicorp	2,06%
Rossi Resid	1,51%
TIM part S/A	16,08%

Fonte: Elaboração própria (2015).

O retorno esperado, a variância e o desvio padrão dessa carteira composta com os pesos dessas empresas são apresentados na tabela 5. Pode-se perceber que com a diversificação dos ativos ocorreu um aumento considerável da expectativa de retorno em comparação a carteira 1 (um), pois os ativos que compõe a carteira apresentaram todos retorno positivo. Isso mostra que um investidor ao diversificar sua carteira com o intuito de obter um maior retorno vai conseguir um crescimento de 374,6% no seu rendimento, e ainda se beneficiar de uma redução do risco de 16,9% e da variância de 31,0%.

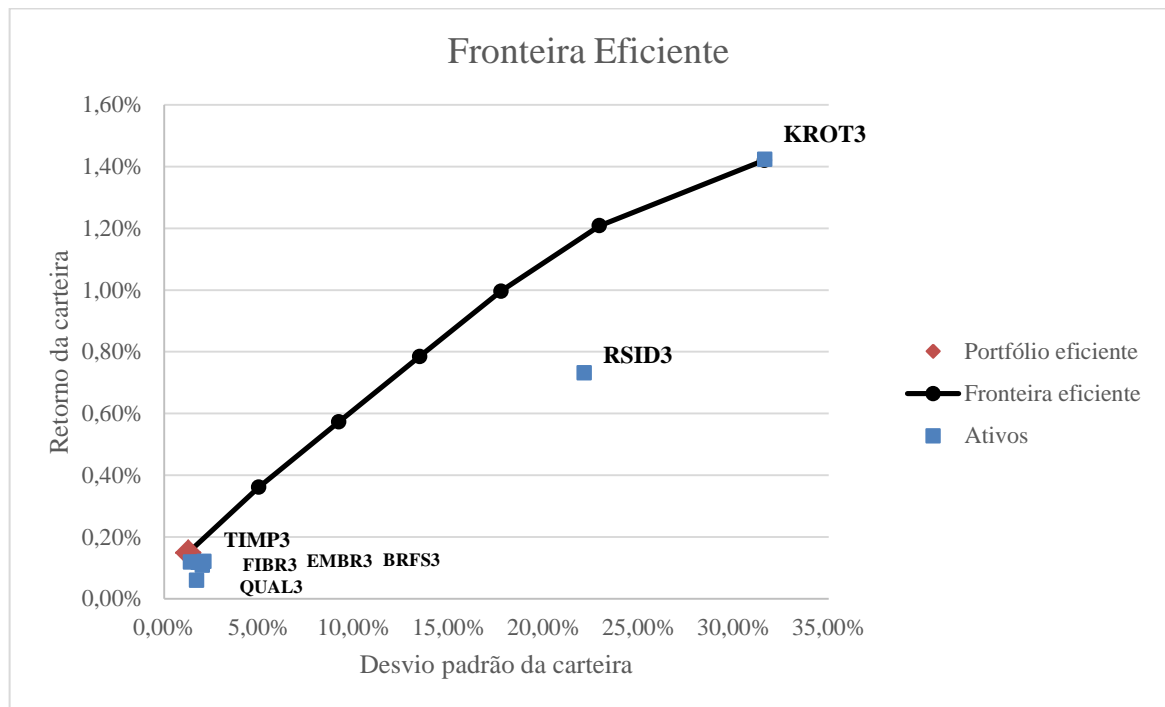
Tabela 5 – Retorno médio, variância e desvio-padrão da carteira 2 (dois)

	Expectativa de retorno	Variância	Desvio Padrão
Carteira 2	0,149%	0,016%	1,276%

Fonte: Elaboração própria (2015).

O Gráfico 1 mostra a fronteira eficiente derivada da otimização da carteira 2 (dois) e seu portfólio eficiente. De acordo com Markowitz (1952) essa fronteira representa a melhor combinação de retorno e risco, evidenciando o portfólio eficiente capaz de maximizar o retorno do investidor, sujeito a determinado nível de risco. Pode-se observar ainda que o retorno do portfólio eficiente foi maior que os retornos das empresas TIM Part (0,121%), BRF S/A (0,118%), Embraer (0,118%), Fibria (0,108%), Qualicorp (0,060%), localizadas nos pontos abaixo desse portfólio, só foi menor que o retorno da Kroton (1,423%) e Rossi Resid (0,731%), representadas pelos pontos superiores do Gráfico 1.

Gráfico 1 – Fronteira eficiente da carteira 2 (dois)



Fonte: Elaboração própria (2015).

Já a Carteira 3 (três) procura minimizar o risco, para tanto, os procedimentos realizados foi o apresentado no modelo 2 indicado na seção 3.2. A sua matriz de covariâncias, um dos passos para a otimização de Markowitz (1952), é apresentada no Tabela 6.

Tabela 6 – Matriz de covariâncias da carteira 3 (três)

	ABEV3	BRFS3	CRUZ3	CTIP3	ECOR3	EMBR3	ESTC3	FIBR3	HYPE3	NATU3	QUAL3	RENT3	SBSP3	TBLE3	TIMP3	UGPA3	VALE3
ABEV3	0,259%	0,007%	0,010%	0,005%	0,009%	0,001%	0,004%	0,008%	0,009%	0,010%	0,006%	0,007%	0,003%	0,004%	-0,001%	0,004%	0,010%
BRFS3	0,007%	0,020%	0,006%	0,003%	0,006%	0,005%	0,007%	0,006%	0,006%	0,006%	0,005%	0,004%	0,005%	0,006%	0,005%	0,006%	0,004%
CRUZ3	0,010%	0,006%	0,028%	0,005%	0,009%	0,004%	0,003%	0,005%	0,008%	0,009%	0,007%	0,006%	0,009%	0,007%	0,006%	0,008%	0,007%
CTIP3	0,005%	0,003%	0,005%	0,016%	0,006%	0,002%	0,002%	-0,001%	0,007%	0,005%	0,005%	0,005%	0,008%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%
ECOR3	0,009%	0,006%	0,009%	0,006%	0,024%	0,003%	0,008%	0,001%	0,009%	0,009%	0,007%	0,009%	0,011%	0,008%	0,006%	0,009%	0,005%
EMBR3	0,001%	0,005%	0,004%	0,002%	0,003%	0,033%	-0,004%	0,012%	0,003%	0,002%	0,002%	0,001%	0,001%	0,003%	0,010%	0,004%	0,005%
ESTC3	0,004%	0,007%	0,003%	0,002%	0,008%	-0,004%	0,195%	-0,004%	0,005%	0,006%	0,006%	0,004%	0,004%	0,003%	0,002%	0,005%	0,000%
FIBR3	0,008%	0,006%	0,005%	-0,001%	0,001%	0,012%	-0,004%	0,041%	0,002%	0,000%	0,001%	0,000%	0,003%	0,003%	0,010%	0,002%	0,013%
HYPE3	0,009%	0,006%	0,008%	0,007%	0,009%	0,003%	0,005%	0,002%	0,024%	0,011%	0,006%	0,009%	0,009%	0,008%	0,009%	0,008%	0,008%
NATU3	0,010%	0,006%	0,009%	0,005%	0,009%	0,002%	0,006%	0,000%	0,011%	0,029%	0,007%	0,008%	0,008%	0,006%	0,006%	0,007%	0,005%
QUAL3	0,006%	0,005%	0,007%	0,005%	0,007%	0,002%	0,006%	0,001%	0,006%	0,007%	0,029%	0,007%	0,004%	0,007%	0,002%	0,007%	0,005%
RENT3	0,007%	0,004%	0,006%	0,005%	0,009%	0,001%	0,004%	0,000%	0,009%	0,008%	0,007%	0,022%	0,006%	0,008%	0,005%	0,007%	0,006%
SBSP3	0,003%	0,005%	0,009%	0,008%	0,011%	0,001%	0,004%	0,003%	0,009%	0,008%	0,004%	0,006%	0,127%	0,006%	0,011%	0,008%	0,005%
TBLE3	0,004%	0,006%	0,007%	0,006%	0,008%	0,003%	0,003%	0,003%	0,008%	0,006%	0,007%	0,008%	0,006%	0,024%	0,006%	0,007%	0,006%
TIMP3	-0,001%	0,005%	0,006%	0,006%	0,006%	0,010%	0,002%	0,010%	0,009%	0,006%	0,002%	0,005%	0,011%	0,006%	0,044%	0,008%	0,009%
UGPA3	0,004%	0,006%	0,008%	0,006%	0,009%	0,004%	0,005%	0,002%	0,008%	0,007%	0,007%	0,007%	0,008%	0,007%	0,008%	0,020%	0,005%
VALE3	0,010%	0,004%	0,007%	0,006%	0,005%	0,005%	0,000%	0,013%	0,008%	0,005%	0,005%	0,006%	0,005%	0,006%	0,009%	0,005%	0,034%

Fonte: Elaboração própria (2015).

Nota: A descrição dos códigos das empresas encontra-se no Anexo A

Após a obtenção da matriz de covariâncias, a otimização dessa carteira foi realizada, composta por 17 (dezessete) empresas. A Tabela 7 indica quais seriam os pesos ideais dessas empresas para compor a carteira com o mínimo de risco.

Tabela 7 – Pesos da carteira 3 (três)

EMPRESAS	PESOS
Ambev S/A	0,33%
BRF S/A	11,73%
Souza Cruz	3,51%
CETIP	22,21%
Ecorodovias	3,34%
Embraer	10,19%
Estácio Part	2,13%
Fibria	9,82%
Hypermarcas	2,11%
Natura	5,30%
Qualicorp	6,46%
Localiza	10,02%
Sabesp	0,74%
Tractebel	4,54%
TIM Part S/A	0,51%
Ultrapar	5,38%
Vale	1,69%

Fonte: Elaboração própria (2015).

O retorno esperado, a variância e o desvio padrão dessa carteira, composta com os novos pesos dessas empresas são apresentados na Tabela 8. Como o objetivo foi minimizar o risco que o investidor estaria exposto, ao comparar com a carteira 1 (um), ocorreu uma redução do risco de 47,2%. Em termos de retorno, a carteira formada por essa composição de ativos demonstrou um retorno positivo e maior em relação a carteira 1 (um), crescendo cerca de 38,3%.

Tabela 8 – Retorno médio, variância e desvio-padrão da carteira 3 (três)

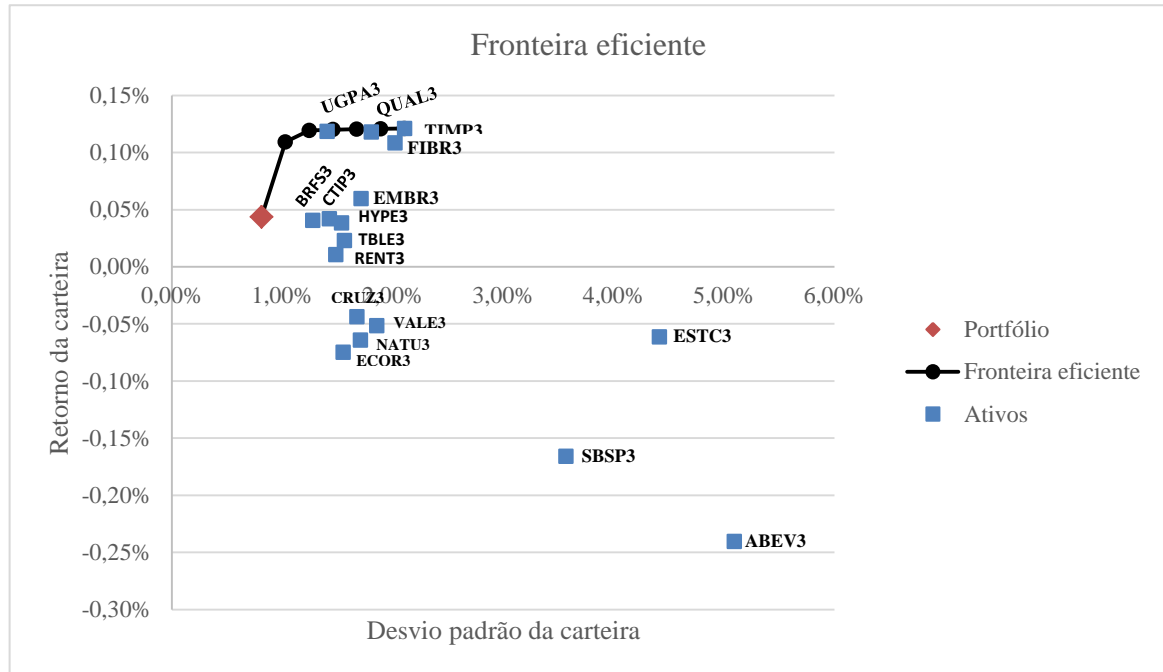
	Expectativa de retorno	Variância	Desvio Padrão
Carteira 3	0,043%	0,007%	0,811%

Fonte: Elaboração própria (2015).

O Gráfico 2 expõe a fronteira eficiente da carteira 3 (três) e seu portfólio eficiente, representando a combinação de ativos ideais para o investidor distribuir seu capital de forma a minimizar o seu risco. Pode-se observar também que o risco do portfólio eficiente foi menor

do que o risco de todas as empresas pertencentes a essa carteira, essas empresas estão representadas pelos pontos em azul presentes no Gráfico 2.

Gráfico 2 – Fronteira eficiente da carteira 3 (três)

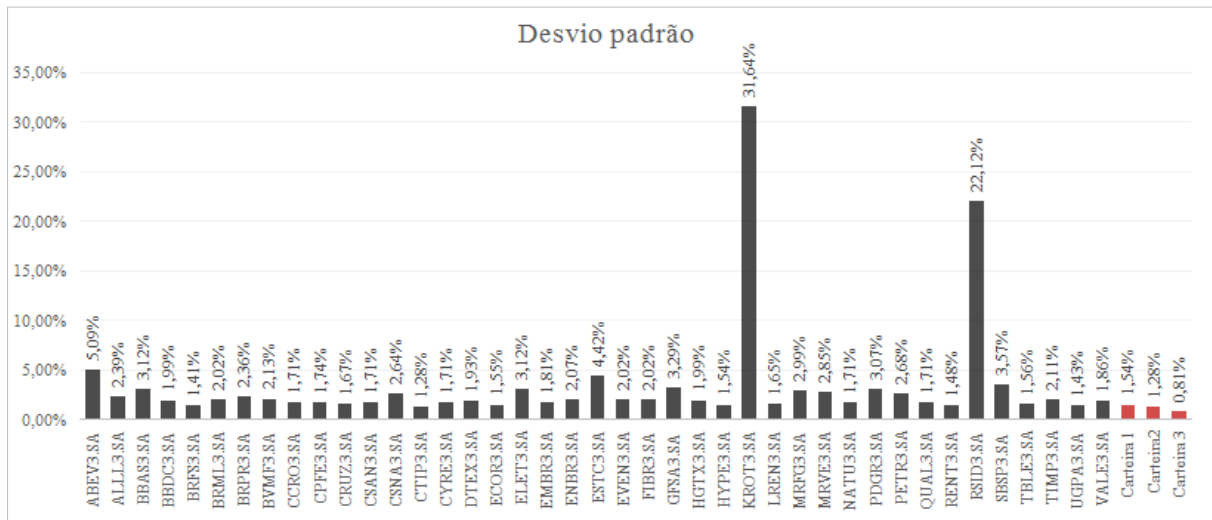


Fonte: Elaboração própria (2015).

Na diversificação com minimização do risco o retorno também irá aumentar, porém em níveis menores que o da carteira 2 (dois). No Gráfico 3 pode-se perceber que o risco das duas carteiras foi menor que o de todos os outros ativos escolhidos para análise, mostrando que a diversificação é vantajosa para quem deseja investir de forma segura, por incorrer menos risco do que se investisse em ativos aleatoriamente, ou em apenas uma ação.

Marques *et. al.* (2013) corrobora com essa intuição indicando que a criação de carteiras com ativos aleatórios não traz uma redução tão significativa do risco do que a diversificação proposta pela Teoria de Markowitz (1952). Considerando ainda que o risco das carteiras será ainda menor que o dos ativos individuais, caso os preços desses não oscilem no mesmo sentido.

Gráfico 3 – desvio padrão dos ativos x desvio padrão das carteiras otimizadas



Fonte: Elaboração própria (2014).

Nota: A descrição dos códigos das empresas encontra-se no Anexo A.

É importante definir, ao montar uma carteira de ativos, se o objetivo será maximizar o retorno ou minimizar o risco do investimento, como apresentado nos modelos das carteiras 2 (dois) e 3 (três), pois definindo isso os resultados obtidos e a composição da carteira sofre modificações. Levando em consideração que as duas variáveis (risco e retorno) sofrem variações favoráveis independente do modelo em uso.

5 CONCLUSÃO

O objetivo deste estudo foi estimar o risco de uma carteira de investimentos, utilizando dois modelos os quais foram a maximização do retorno e minimização do risco, baseados na Teoria de Markowitz (1952) em uma carteira de ações. O trabalho se fundamentou no estudo do risco no mercado financeiro e como a sua análise pode minimizar as perdas monetárias em um investimento.

Dessa forma, foi aplicado a Teoria de otimização de carteiras de Markowitz (1952) para dois portfólios, e o resultado obtido para esses comprovam a utilidade e eficácia do método na redução do risco e aumento do retorno.

É evidente que todos os indivíduos e atividades econômicas estão suscetíveis a riscos, mas ao criar ferramentas e instrumentos para mensurá-lo, as empresas se asseguram de prejuízos que podem ocorrer em decorrência de oscilações no mercado, garantindo também sua rentabilidade futura. E é por isso que teorias como a de Markowitz (1952) são importantes para mensurar e observar o risco que o investidor está correndo ao escolher alocar o seu capital em ativos de determinada empresa.

Através da carteira 1 (um), igualmente ponderada com os 41 ativos da carteira, pode-se compor e otimizar as carteiras 2 (dois) e 3 (três). Onde a primeira procurava maximizar o retorno e a segunda minimizar o risco, e com a realização da otimização foi indicado qual a combinação ideal de ativos para compor a carteira, a fim de atender o objetivo de cada modelo.

Entende-se que alocação de capital em uma carteira que possua ativos de diferentes setores já é capaz de reduzir os riscos de mercado, do que ao optar em concentrar os recursos financeiros em apenas uma empresa. Porém, ao escolher uma combinação de ativos adequada que possuam baixo grau de correlação, os ganhos com a diversificação podem ser ainda maiores.

Ao observar as duas carteiras otimizadas em comparação a primeira pode-se perceber que apenas a alocação aleatória de capital em empresas de diferentes setores não é a forma mais segura de se resguardar do risco, sendo possível construir carteiras que maximize a relação risco/retorno através de um método de otimização.

Analisando a carteira 2 (dois) pode-se perceber que a função objetivo foi atendida, com um aumento da expectativa de retorno de 374,6%, e redução de risco de 16,9%. O mesmo ocorre para a carteira 3 (três), cujo objetivo era minimizar o risco, a combinação maior de ativos da mesma permitiu a redução do risco em 47,2%, mas com uma expectativa de retorno mais modesta crescendo apenas 38,3%. Percebe-se ainda que em ambas, apesar de possuírem funções objetivos distintas, o risco conseguiu ser minimizado, comprovando também que maiores serão os ganhos com a diversificação quando são combinados mais ativos na carteira.

Além disso, apenas uma análise dos retornos, desvios padrões ou das informações a respeito dos ativos das empresas não permitiriam encontrar uma composição de ativos como a apresentada pelas carteiras 2 (dois) e 3 (três). Por isso, técnicas como essas devem ser indicadas para investidores, por possibilitar aos mesmos minimizar suas perdas, permitindo observar e decidir onde alocar seu capital de maneira mais segura, para garantir maiores lucros.

No entanto, ainda existe muito a desenvolver a respeito da implementação de mecanismos de mensuração de risco no mercado financeiro e modelos como o apresentado nesse estudo não são garantias de lucros futuros, pois sua eficiência irá depender de vários outros fatores, relacionados à própria incerteza presente no mercado, a questões de gestão das empresas e ao conhecimento que cada indivíduo possui sobre o mercado financeiro.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, S. de A.; SILVA, R. F. da; RIBEIRO, K. C. de S. Aplicação do Modelo de Markowitz Na Seleção de Carteiras Eficientes: uma análise de cenários no mercado de capitais brasileiro. In: SEMEAD Seminários em Administração, XIII, 2010, São Paulo. **Artigo**. São Paulo: USP, 2010, p. 1-14. Disponível em: <http://www.ead.fea.usp.br/semead/13semead/resultado/an_resumo.asp?cod_trabalho=731>. Acesso em: 12 fev. 2015.

ASSAF NETO, A. **Mercado financeiro**. 11. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2012.

BM&FBOVESPA. **Índice Bovespa**: Ibovespa. 2014. Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/indices/ResumoIndice.aspx?Indice=IBOVESPA&idioma=pt-br>>. Acesso em: 10 nov. 2014.

BRITO, A. A. de, e BRITO, N. R. O. Diversificação de risco e choques exógenos sobre o mercado de capitais brasileiro. **Revista de Administração**, São Paulo, v. 37, n. 1, p. 19-20, 2002. Disponível em: <http://www.rausp.usp.br/busca/artigo.asp?num_artigo=1046>. Acesso em: 20 set. 2014.

BRITO, N. R. O. de. O efeito da diversificação do risco no mercado acionário brasileiro. **Revista de Administração IA- USP**, São Paulo, v. 16, n. 2, abr. / jun. 1981. Disponível em: <http://www.rausp.usp.br/busca/artigo.asp?num_artigo=942>. Acesso em: 6 fev. 2014.

DUARTE JÚNIOR, A. M. **Risco: definições, tipos, medição e recomendações para seu gerenciamento**. Resenha BM&F, v. 114, p. 24-33, 1996. Disponível em: <<http://eduardodiniz.pro.br/documentos/aula1-riscoeretorno-texto0198266.pdf>> Acesso em: 05 mai. 2014.

FARIAS, T. A.; MOURA, F. R. Carteiras eficiente e ingênuas: uma análise comparativa com o uso do modelo de Markowitz. **Revista de Economia Mackenzie**, São Paulo v. 11, n. 2, p. 114-152, mai./ago. 2013. Disponível em: <<http://editorarevistas.mackenzie.br/index.php/rem/article/view/6666/4637>> . Acesso em: 20 nov. 2014.

GAIO, L. D. **Gestão de riscos no mercado financeiro internacional**: uma análise comparativa entre modelos de volatilidade para a estimação do *Value-at-Risk*. 2006. 99 f. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Administração de Organizações)- Faculdade de Economia, Administração e contabilidade da Universidade de Ribeirão Preto, São Paulo. 2009. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/96/96132/tde-03052010-173001/en.php>>. Acesso em: 10 abril 2014.

GOULART, A. M. C. **Evidenciação contábil do risco de mercado por instituições financeiras de mercado no Brasil**. 2003. 202 f. Dissertação (Mestrado em Controladoria e Contabilidade)- Faculdade de Economia, Administração e contabilidade da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/12/12136/tde-08122003-122400/en.php>>. Acesso em: 30 mar. 2014.

JORION, P. Portfólio Optimization in Praticce. **Financial Analysts Journal**, New York, v. 48, n. 1, jan./fev. 1992, p. 68-74. Disponível em: <<http://www.jstor.org/discover/10.2307/4479507?uid=2134&uid=2477263547&uid=2&uid=70&uid=3&uid=2477263537&uid=60&sid=21103105673567>>. Acesso em: 31 abr. 2014.

JORION, P. Risk management lessons from the credit crisis. **European Financial Management**, [S.l.], v. 15, 3. ed., nov. 2009, p. 923-933. Disponível em: <<http://merage.uci.edu/~jorion/papers/RiskMgtCreditCrisis.pdf>>. Acesso em: 22 abr. 2014.

MALKIEL, B. G. How much diversification is enough? CFA Institute Conference Proceedings, **AIMR Conference Proceedings**, New Jersey, v. 2002, 5. ed., p. 18-20, set. 2002. Disponível em: <<http://www.cfapubs.org/doi/pdf/10.2469/cp.v2002.n5.3227>>. Acesso em: 16 out. 2014.

MARINHO, K. B. A.; MENEZES, T. A.; LAGIOIA, U. C.T.; CARLOS FILHO, F. de A.; LEMOS, L. V. Indicadores financeiros e contábeis que influenciam a tomada de decisão do investidor na elaboração de uma carteira de ações e na determinação do nível de risco. **Revista Evidenciação Contábil & Finanças**, João Pessoa, v.1, n.2, p 52- 68, 2012. Disponível em: <<http://periodicos.ufpb.br/ojs2/index.php/recfin>>. Acesso em: 12 fev. 2014.

MARQUES, S.; SILVA, W. V.; del CORSO, J. M.; DALAZEN, L. L. Comparação de desempenhos de carteiras otimizadas pelo modelo de Markowitz e a carteira de ações do Ibovespa. **Revista evidenciação contábil & finanças**, jan./jun. 2013, João Pessoa, v.1, n. 1, p. 20-37. Disponível em: <<http://periodicos.ufpb.br/ojs2/index.php/recfin>>. Acesso em: 10 jan. 2015.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, Stanford, v. 7, n. 1, mar. 1952, p. 77-91. Disponível em: <http://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf>. Acesso em: 10 set. 2013.

MONTEIRO, B. M. M. S. M. **Otimização de um Portfolio de Investimentos e a sua Modelação**. 2012. 99 f. Dissertação de Mestrado (Obtenção do grau de Mestre em Métodos Quantitativos com especialização em Economia) - Faculdade de Economia, Universidade do Porto, Portugal, 2012. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10216/66561>>. Acesso em: 12 dez. 2014.

RUBESSAM, A.; BELTRAME, A. L. Carteiras de variância mínima no Brasil. **Revista Brasileira de Finanças**. v. 11, n. 1, mar. 2013. Rio de Janeiro: Rio de Janeiro, mar. 2013. Disponível em: <<http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbfin/article/viewFile/5830/7838>>. Acesso em: 5 out. 2014.

SIQUEIRA, A. B. de; KALATZIS, A. E. G.; TOLEDO, F. M. B. Boas práticas de governança corporativa e otimização de portfólios: uma análise comparativa. **Revista Economia**, Rio de Janeiro: Niterói, v. 8, n. 3, p. 551-544, set./dez. 2007. Disponível em: <http://anpec.org.br/revista/vol8/vol8n3p521_544.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2014.

SHARPE, W. F. Risk, market sensitivity, and diversification. **Financial Analysts Journal**, New York, tv. 51, n. 1, jan./fev.1995, p. 84-88. Disponível em: <<http://www.cfapubs.org/doi/pdf/10.2469/faj.v51.n1.1863>>. Acesso em: 16 out. 2014.

VERA, G. B.; ULLOA, A. F. C. Una propuesta metodológica para la optimización de portafolios de inversión y su aplicación al caso colombiano. **Estudios Gerenciales**, Colombia, n. 9, p. 13-36, 2005. Disponível em: <http://www.icesi.edu.co/revistas/index.php/estudios_gerenciales/article/view/160/html>. Acesso em: 30 jan. 2015.

YAHOO FINANÇAS. Buscar cotações. **Preços históricos dos ativos**. Disponível em: <<https://br.financas.yahoo.com/>>. Acesso em: 4 nov. 2014.

ANEXO: Quadro das empresas do Ibovespa atualizado em 24/11/2014

SETOR ECONÔMICO	SEGMENTO/EMPRESAS	CÓDIGO	SEGMENTO	TIPO
Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Exploração e/ou refino			
	PETROBRAS	PETR		
Materiais Básicos	Minerais Metálicos			
	VALE	VALE	N1	
	Siderurgia			
	SID NACIONAL	CSNA3	-	ON
	Madeira			
	DURATEX	DTEX3	NM	ON
	Papel e Celulose			
Bens Industriais	FIBRIA	FIBR3	NM	ON
	Material Aeronáutico e de Defesa			
	EMBRAER	EMBR	NM	ON
Construção e Transporte	Construção Civil			
	CYRELA REALT	CYRE	NM	ON
	EVEN	EVEN	NM	ON
	GAFISA	GFSA3	NM	ON
	MRV	MRVE3	NM	ON
	PDG REALT	PDGR3	NM	ON
	ROSSI RESID	RSID3	NM	ON
	Transporte Ferroviário			
	ALL AMER LAT	ALLL3	NM	ON
	Exploração de Rodovias			
	CCR SA	CCRO3	NM	ON
	ECORODOVIAS	ECOR3	NM	ON
Consumo não Cíclico	Açúcar e Alcool			
	COSAN	CSAN3	NM	ON
	Carnes e Derivados			
	BRF SA	BRFS3	NM	ON
	MARFRIG	MRFG3	NM	ON
	Cervejas e Refrigerantes			
	AMBEV S/A	ABEV3	-	ON
	Cigarros e Fumo			
	SOUZA CRUZ	CRUZ3	-	ON
	Produtos de Uso Pessoal			
	NATURA	NATU3	NM	ON
	Serviços Médico - Hospitalares, Análises e Diagnósticos			
	QUALICORP	QUAL3	NM	ON
	Produtos Diversos			
	HYPERMARCAS	HYPE3	NM	ON
Consumo Cíclico	Vestuário			
	CIA HERING	HGTX3	NM	ON
	LOJAS RENNER	LREN3	NM	ON
	Serviços Educacionais			
	ESTACIO PART	ESTC3	NM	ON
	KROTON	KROT3	NM	ON
	Aluguel de carros			
Telecomunicações	LOCALIZA	RENT3	NM	ON
	Telefonia móvel			
	TIM PART S/A	TIMP3	NM	ON

(continua)

SETOR ECONÔMICO	SEGMENTO/EMPRESAS	CÓDIGO	SEGMENTO	TIPO
<i>Utilidade Pública</i>	Energia Elétrica			
	ELETROBRAS	ELET	N1	
	CPFL ENERGIA	CPFE3	NM	ON
	ENERGIAS BR	ENBR3	NM	ON
	TRACTEBEL	TBLE3	NM	ON
	Água e Saneamento			
	SABESP	SBSP3	NM	ON
<i>Financeiro e Outros</i>	Intermediários financeiros (Bancos)			
	BRADESCO	BBDC	N1	
	BRASIL	BBAS3	NM	ON
	Serviços Financeiros Diversos			
	BMFBOVESPA	BVMF3	NM	ON
	CETIP	CTIP3	NM	ON
	Exploração de Imóveis			
	BR MALLS PAR	BRML3	NM	ON
	BR PROPERT	BRPR3	NM	ON
	Holdings Diversificadas			
	ULTRAPAR	UGPA3	NM	ON

Fonte: Elaboração própria a partir das informações da BM&FBovespa (2014).

Notas: ON= Ordinárias Nominativas, PN= Preferenciais Nominativas, NM= Novo Mercado, N2= Nível 2 de Governança corporativa.

(1) A Cosan Logística (RLOG3) é pertencente a empresa Cosan e enquadrada nesse mesmo setor.

APENDICE A: Tabela da média dos retornos, variância e desvio padrão dos ativos

	MÉDIA	DESVIO PADRÃO	VARIÂNCIA
ABEV3	-0,241%	5,093%	0,259%
ALLL3	-0,017%	2,388%	0,057%
BBAS3	-0,048%	3,119%	0,097%
BBDC3	0,075%	1,989%	0,039%
BRFS3	0,118%	1,406%	0,020%
BRML3	-0,043%	2,020%	0,041%
BRPR3	-0,108%	2,363%	0,056%
BVMF3	0,001%	2,133%	0,045%
CCRO3	0,020%	1,714%	0,029%
CPFE3	-0,020%	1,741%	0,030%
CRUZ3	-0,044%	1,675%	0,028%
CSAN3	0,023%	1,707%	0,029%
CSNA3	-0,027%	2,638%	0,069%
CTIP3	0,040%	1,276%	0,016%
CYRE3	-0,054%	1,713%	0,029%
DTEX3	-0,057%	1,925%	0,037%
ECOR3	-0,075%	1,551%	0,024%
ELET3	-0,076%	3,120%	0,097%
EMBR3	0,118%	1,806%	0,033%
ENBR3	-0,028%	2,068%	0,043%
ESTC3	-0,061%	4,416%	0,195%
EVEN3	-0,053%	2,018%	0,041%
FIBR3	0,108%	2,022%	0,041%
GFSA3	-0,038%	3,292%	0,108%
HGTX3	-0,092%	1,988%	0,039%
HYPE3	0,038%	1,538%	0,024%
KROT3	1,423%	31,641%	9,993%
LREN3	0,025%	1,651%	0,027%
MRFG3	-0,076%	2,987%	0,089%
MRVE3	-0,035%	2,847%	0,081%
NATU3	-0,064%	1,707%	0,029%
PDGR3	-0,165%	3,074%	0,094%
PETR3	-0,050%	2,681%	0,072%
QUAL3	0,060%	1,714%	0,029%
RENT3	0,011%	1,484%	0,022%
RSID3	0,731%	22,120%	4,884%
SBSP3	-0,166%	3,568%	0,127%
TBLE3	0,023%	1,562%	0,024%
TIMP3	0,121%	2,108%	0,044%
UGPA3	0,042%	1,426%	0,020%
VALE3	-0,052%	1,855%	0,034%

 Fonte: Elaboração própria (2015).

APENDICE B – Tabela da matriz de correlação

	ABEV3	ALLL3	BBAS3	BBDC3	BRFS3	BRML3	BRPR3	BVMF3	CCRO3	CPFE3
ABEV3	1,00	0,08	0,08	0,15	0,10	0,09	-0,01	0,13	0,09	0,07
ALLL3	0,08	1,00	0,20	0,34	0,22	0,34	0,21	0,35	0,29	0,33
BBAS3	0,08	0,20	1,00	0,44	0,26	0,33	0,23	0,32	0,30	0,29
BBDC3	0,15	0,34	0,44	1,00	0,39	0,48	0,34	0,55	0,43	0,49
BRFS3	0,10	0,22	0,26	0,39	1,00	0,29	0,20	0,30	0,34	0,30
BRML3	0,09	0,34	0,33	0,48	0,29	1,00	0,50	0,51	0,53	0,46
BRPR3	-0,01	0,21	0,23	0,34	0,20	0,50	1,00	0,35	0,31	0,35
BVMF3	0,13	0,35	0,32	0,55	0,30	0,51	0,35	1,00	0,44	0,46
CCRO3	0,09	0,29	0,30	0,43	0,34	0,53	0,31	0,44	1,00	0,43
CPFE3	0,07	0,33	0,29	0,49	0,30	0,46	0,35	0,46	0,43	1,00
CRUZ3	0,12	0,21	0,14	0,33	0,25	0,33	0,24	0,32	0,35	0,37
CSAN3	0,06	0,35	0,30	0,44	0,27	0,47	0,36	0,45	0,44	0,35
CSNA3	0,10	0,23	0,12	0,30	0,19	0,28	0,22	0,34	0,20	0,32
CTIP3	0,08	0,28	0,24	0,35	0,18	0,40	0,25	0,44	0,38	0,37
CYRE3	0,07	0,37	0,33	0,47	0,27	0,50	0,37	0,53	0,43	0,50
DTEX3	0,07	0,25	0,27	0,44	0,19	0,41	0,28	0,43	0,35	0,40
ECOR3	0,12	0,28	0,28	0,42	0,26	0,43	0,25	0,39	0,62	0,40
ELET3	0,07	0,26	0,27	0,44	0,21	0,41	0,34	0,44	0,31	0,51
EMBR3	0,01	0,03	0,00	0,12	0,19	0,06	0,00	0,06	0,10	0,11
ENBR3	0,05	0,22	0,18	0,35	0,17	0,32	0,27	0,39	0,31	0,54
ESTC3	0,02	0,07	0,11	0,11	0,11	0,09	0,07	0,09	0,14	0,06
EVEN3	0,11	0,37	0,31	0,48	0,27	0,46	0,35	0,51	0,44	0,48
FIBR3	0,08	0,08	-0,01	0,16	0,20	0,02	0,01	0,09	0,03	0,09
GFSA3	0,08	0,27	0,23	0,31	0,26	0,39	0,29	0,40	0,34	0,36
HGTX3	0,07	0,25	0,19	0,36	0,24	0,42	0,29	0,38	0,32	0,39
HYPE3	0,11	0,27	0,23	0,39	0,26	0,44	0,25	0,44	0,41	0,45
KROT3	0,01	0,02	0,04	0,05	-0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00
LREN3	0,11	0,31	0,24	0,37	0,30	0,53	0,25	0,44	0,42	0,41
MRFG3	0,11	0,22	0,20	0,31	0,17	0,34	0,25	0,35	0,28	0,33
MRVE3	0,03	0,29	0,21	0,33	0,18	0,36	0,29	0,38	0,34	0,37
NATU3	0,11	0,20	0,21	0,36	0,23	0,39	0,25	0,33	0,35	0,33
PDGR3	0,06	0,32	0,25	0,35	0,19	0,42	0,33	0,46	0,28	0,37
PETR3	0,09	0,31	0,22	0,57	0,28	0,48	0,35	0,57	0,41	0,49
QUAL3	0,06	0,17	0,17	0,30	0,21	0,30	0,16	0,27	0,32	0,28
RENT3	0,09	0,23	0,29	0,39	0,20	0,41	0,28	0,41	0,41	0,38
RSID3	0,01	0,18	0,12	0,13	0,11	0,19	0,15	0,12	0,22	0,16
SBSP3	0,02	0,12	0,12	0,14	0,09	0,20	0,14	0,22	0,15	0,21
TBLE3	0,05	0,25	0,29	0,41	0,27	0,37	0,29	0,39	0,36	0,56
TIMP3	-0,01	0,23	0,10	0,21	0,17	0,28	0,12	0,27	0,25	0,21
UGPA3	0,05	0,26	0,32	0,43	0,31	0,46	0,31	0,43	0,46	0,34
VALE3	0,10	0,17	0,07	0,32	0,17	0,25	0,21	0,33	0,17	0,26

(continua)

	CRUZ3	CSAN3	CSNA3	CTIP3	CYRE3	DTEX3	ECOR3	ELET3	EMBR3	ENBR3
ABEV3	0,12	0,06	0,10	0,08	0,07	0,07	0,12	0,07	0,01	0,05
ALLL3	0,21	0,35	0,23	0,28	0,37	0,25	0,28	0,26	0,03	0,22
BBAS3	0,14	0,30	0,12	0,24	0,33	0,27	0,28	0,27	0,00	0,18
BBDC3	0,33	0,44	0,30	0,35	0,47	0,44	0,42	0,44	0,12	0,35
BRFS3	0,25	0,27	0,19	0,18	0,27	0,19	0,26	0,21	0,19	0,17
BRML3	0,33	0,47	0,28	0,40	0,50	0,41	0,43	0,41	0,06	0,32
BRPR3	0,24	0,36	0,22	0,25	0,37	0,28	0,25	0,34	0,00	0,27
BVMF3	0,32	0,45	0,34	0,44	0,53	0,43	0,39	0,44	0,06	0,39
CCRO3	0,35	0,44	0,20	0,38	0,43	0,35	0,62	0,31	0,10	0,31
CPFE3	0,37	0,35	0,32	0,37	0,50	0,40	0,40	0,51	0,11	0,54
CRUZ3	1,00	0,28	0,20	0,21	0,34	0,27	0,33	0,28	0,13	0,28
CSAN3	0,28	1,00	0,23	0,34	0,40	0,39	0,38	0,30	0,12	0,29
CSNA3	0,20	0,23	1,00	0,19	0,34	0,27	0,22	0,32	0,12	0,28
CTIP3	0,21	0,34	0,19	1,00	0,45	0,26	0,28	0,31	0,08	0,21
CYRE3	0,34	0,40	0,34	0,45	1,00	0,44	0,37	0,39	0,11	0,33
DTEX3	0,27	0,39	0,27	0,26	0,44	1,00	0,37	0,32	0,11	0,28
ECOR3	0,33	0,38	0,22	0,28	0,37	0,37	1,00	0,27	0,11	0,28
ELET3	0,28	0,30	0,32	0,31	0,39	0,32	0,27	1,00	0,06	0,38
EMBR3	0,13	0,12	0,12	0,08	0,11	0,11	0,11	0,06	1,00	0,09
ENBR3	0,28	0,29	0,28	0,21	0,33	0,28	0,28	0,38	0,09	1,00
ESTC3	0,04	0,08	-0,01	0,04	0,05	0,08	0,11	0,01	-0,05	0,05
EVEN3	0,35	0,44	0,35	0,40	0,63	0,43	0,36	0,40	0,07	0,30
FIBR3	0,15	0,09	0,30	-0,03	0,11	0,17	0,03	0,07	0,33	0,16
GFS3	0,26	0,27	0,36	0,32	0,49	0,34	0,28	0,37	0,12	0,30
HGT3	0,26	0,31	0,18	0,25	0,36	0,33	0,27	0,31	-0,01	0,32
HYPE3	0,31	0,33	0,29	0,33	0,45	0,39	0,36	0,30	0,10	0,32
KROT3	-0,01	0,01	0,03	0,01	0,01	0,02	0,01	-0,06	-0,01	-0,01
LREN3	0,37	0,39	0,29	0,33	0,49	0,37	0,40	0,37	0,02	0,33
MRFG3	0,28	0,33	0,25	0,22	0,31	0,29	0,22	0,28	0,13	0,26
MRVE3	0,26	0,34	0,30	0,33	0,53	0,35	0,30	0,36	0,09	0,23
NATU3	0,33	0,30	0,19	0,21	0,33	0,29	0,36	0,30	0,06	0,23
PDGR3	0,24	0,37	0,36	0,33	0,51	0,35	0,27	0,37	0,10	0,29
PETR3	0,27	0,43	0,39	0,40	0,46	0,38	0,36	0,46	0,07	0,35
QUAL3	0,23	0,23	0,16	0,24	0,26	0,20	0,25	0,24	0,07	0,15
RENT3	0,24	0,39	0,25	0,28	0,42	0,34	0,38	0,36	0,05	0,34
RSID3	0,17	0,17	0,04	0,15	0,15	0,07	0,09	0,11	-0,04	0,08
SBSP3	0,15	0,13	0,14	0,17	0,21	0,30	0,20	0,18	0,01	0,15
TBLE3	0,27	0,29	0,21	0,29	0,38	0,32	0,33	0,38	0,11	0,36
TIMP3	0,18	0,26	0,24	0,21	0,29	0,28	0,19	0,24	0,26	0,19
UGPA3	0,32	0,48	0,19	0,32	0,37	0,31	0,39	0,25	0,14	0,23
VALE3	0,23	0,25	0,55	0,26	0,29	0,30	0,16	0,26	0,14	0,25

(continuação)

	ESTC3	EVEN3	FIBR3	GFSA3	HGTX3	HYPE3	KROT3	LREN3	MRFG3	MRVE3
ABEV3	0,02	0,11	0,08	0,08	0,07	0,11	0,01	0,11	0,11	0,03
ALLL3	0,07	0,37	0,08	0,27	0,25	0,27	0,02	0,31	0,22	0,29
BBAS3	0,11	0,31	-0,01	0,23	0,19	0,23	0,04	0,24	0,20	0,21
BBDC3	0,11	0,48	0,16	0,31	0,36	0,39	0,05	0,37	0,31	0,33
BRFS3	0,11	0,27	0,20	0,26	0,24	0,26	-0,01	0,30	0,17	0,18
BRML3	0,09	0,46	0,02	0,39	0,42	0,44	0,01	0,53	0,34	0,36
BRPR3	0,07	0,35	0,01	0,29	0,29	0,25	0,01	0,25	0,25	0,29
BVMF3	0,09	0,51	0,09	0,40	0,38	0,44	0,00	0,44	0,35	0,38
CCRO3	0,14	0,44	0,03	0,34	0,32	0,41	0,00	0,42	0,28	0,34
CPFE3	0,06	0,48	0,09	0,36	0,39	0,45	0,00	0,41	0,33	0,37
CRUZ3	0,04	0,35	0,15	0,26	0,26	0,31	-0,01	0,37	0,28	0,26
CSAN3	0,08	0,44	0,09	0,27	0,31	0,33	0,01	0,39	0,33	0,34
CSNA3	-0,01	0,35	0,30	0,36	0,18	0,29	0,03	0,29	0,25	0,30
CTIP3	0,04	0,40	-0,03	0,32	0,25	0,33	0,01	0,33	0,22	0,33
CYRE3	0,05	0,63	0,11	0,49	0,36	0,45	0,01	0,49	0,31	0,53
DTEX3	0,08	0,43	0,17	0,34	0,33	0,39	0,02	0,37	0,29	0,35
ECOR3	0,11	0,36	0,03	0,28	0,27	0,36	0,01	0,40	0,22	0,30
ELET3	0,01	0,40	0,07	0,37	0,31	0,30	-0,06	0,37	0,28	0,36
EMBR3	-0,05	0,07	0,33	0,12	-0,01	0,10	-0,01	0,02	0,13	0,09
ENBR3	0,05	0,30	0,16	0,30	0,32	0,32	-0,01	0,33	0,26	0,23
ESTC3	1,00	0,08	-0,04	0,05	0,11	0,07	0,04	0,17	0,08	0,08
EVEN3	0,08	1,00	0,10	0,49	0,41	0,47	0,08	0,47	0,35	0,51
FIBR3	-0,04	0,10	1,00	0,15	0,06	0,06	0,10	0,06	0,11	0,10
GFSA3	0,05	0,49	0,15	1,00	0,35	0,40	0,06	0,39	0,28	0,50
HGTX3	0,11	0,41	0,06	0,35	1,00	0,39	0,01	0,51	0,24	0,32
HYPE3	0,07	0,47	0,06	0,40	0,39	1,00	0,05	0,47	0,31	0,39
KROT3	0,04	0,08	0,10	0,06	0,01	0,05	1,00	0,01	-0,04	0,01
LREN3	0,17	0,47	0,06	0,39	0,51	0,47	0,01	1,00	0,28	0,35
MRFG3	0,08	0,35	0,11	0,28	0,24	0,31	-0,04	0,28	1,00	0,28
MRVE3	0,08	0,51	0,10	0,50	0,32	0,39	0,01	0,35	0,28	1,00
NATU3	0,07	0,34	0,00	0,30	0,35	0,40	-0,01	0,42	0,27	0,25
PDGR3	0,01	0,50	0,10	0,53	0,35	0,38	0,00	0,39	0,32	0,49
PETR3	0,07	0,42	0,06	0,40	0,33	0,40	0,03	0,39	0,33	0,35
QUAL3	0,07	0,30	0,04	0,17	0,22	0,22	0,01	0,26	0,16	0,16
RENT3	0,06	0,47	0,00	0,33	0,34	0,37	0,02	0,42	0,20	0,37
RSID3	0,07	0,09	-0,03	0,12	0,13	0,12	0,01	0,18	0,16	0,07
SBSP3	0,03	0,16	0,04	0,20	0,07	0,17	-0,01	0,13	0,12	0,17
TBLE3	0,05	0,29	0,09	0,25	0,26	0,35	-0,03	0,30	0,19	0,27
TIMP3	0,02	0,23	0,22	0,29	0,19	0,28	-0,02	0,28	0,24	0,28
UGPA3	0,08	0,33	0,07	0,25	0,30	0,34	0,02	0,38	0,26	0,24
VALE3	0,00	0,29	0,34	0,31	0,21	0,27	0,03	0,25	0,22	0,29

(finaliza)

	NATU3	PDGR3	PETR3	QUAL3	RENT3	RSID3	SBSP3	TBLE3	TIMP3	UGPA3	VALE3
ABEV3	0,11	0,06	0,09	0,06	0,09	0,01	0,02	0,05	-0,01	0,05	0,10
ALLL3	0,20	0,32	0,31	0,17	0,23	0,18	0,12	0,25	0,23	0,26	0,17
BBAS3	0,21	0,25	0,22	0,17	0,29	0,12	0,12	0,29	0,10	0,32	0,07
BBDC3	0,36	0,35	0,57	0,30	0,39	0,13	0,14	0,41	0,21	0,43	0,32
BRFS3	0,23	0,19	0,28	0,21	0,20	0,11	0,09	0,27	0,17	0,31	0,17
BRML3	0,39	0,42	0,48	0,30	0,41	0,19	0,20	0,37	0,28	0,46	0,25
BRPR3	0,25	0,33	0,35	0,16	0,28	0,15	0,14	0,29	0,12	0,31	0,21
BVMF3	0,33	0,46	0,57	0,27	0,41	0,12	0,22	0,39	0,27	0,43	0,33
CCRO3	0,35	0,28	0,41	0,32	0,41	0,22	0,15	0,36	0,25	0,46	0,17
CPFE3	0,33	0,37	0,49	0,28	0,38	0,16	0,21	0,56	0,21	0,34	0,26
CRUZ3	0,33	0,24	0,27	0,23	0,24	0,17	0,15	0,27	0,18	0,32	0,23
CSAN3	0,30	0,37	0,43	0,23	0,39	0,17	0,13	0,29	0,26	0,48	0,25
CSNA3	0,19	0,36	0,39	0,16	0,25	0,04	0,14	0,21	0,24	0,19	0,55
CTIP3	0,21	0,33	0,40	0,24	0,28	0,15	0,17	0,29	0,21	0,32	0,26
CYRE3	0,33	0,51	0,46	0,26	0,42	0,15	0,21	0,38	0,29	0,37	0,29
DTEX3	0,29	0,35	0,38	0,20	0,34	0,07	0,30	0,32	0,28	0,31	0,30
ECOR3	0,36	0,27	0,36	0,25	0,38	0,09	0,20	0,33	0,19	0,39	0,16
ELET3	0,30	0,37	0,46	0,24	0,36	0,11	0,18	0,38	0,24	0,25	0,26
EMBR3	0,06	0,10	0,07	0,07	0,05	-0,04	0,01	0,11	0,26	0,14	0,14
ENBR3	0,23	0,29	0,35	0,15	0,34	0,08	0,15	0,36	0,19	0,23	0,25
ESTC3	0,07	0,01	0,07	0,07	0,06	0,07	0,03	0,05	0,02	0,08	0,00
EVEN3	0,34	0,50	0,42	0,30	0,47	0,09	0,16	0,29	0,23	0,33	0,29
FIBR3	0,00	0,10	0,06	0,04	0,00	-0,03	0,04	0,09	0,22	0,07	0,34
GFSA3	0,30	0,53	0,40	0,17	0,33	0,12	0,20	0,25	0,29	0,25	0,31
HGTX3	0,35	0,35	0,33	0,22	0,34	0,13	0,07	0,26	0,19	0,30	0,21
HYPE3	0,40	0,38	0,40	0,22	0,37	0,12	0,17	0,35	0,28	0,34	0,27
KROT3	-0,01	0,00	0,03	0,01	0,02	0,01	-0,01	-0,03	-0,02	0,02	0,03
LREN3	0,42	0,39	0,39	0,26	0,42	0,18	0,13	0,30	0,28	0,38	0,25
MRFG3	0,27	0,32	0,33	0,16	0,20	0,16	0,12	0,19	0,24	0,26	0,22
MRVE3	0,25	0,49	0,35	0,16	0,37	0,07	0,17	0,27	0,28	0,24	0,29
NATU3	1,00	0,30	0,33	0,24	0,33	0,08	0,12	0,24	0,16	0,29	0,16
PDGR3	0,30	1,00	0,39	0,20	0,36	0,22	0,18	0,24	0,22	0,27	0,28
PETR3	0,33	0,39	1,00	0,25	0,35	0,11	0,16	0,38	0,23	0,37	0,43
QUAL3	0,24	0,20	0,25	1,00	0,26	0,15	0,07	0,25	0,05	0,27	0,16
RENT3	0,33	0,36	0,35	0,26	1,00	-0,02	0,11	0,34	0,17	0,34	0,21
RSID3	0,08	0,22	0,11	0,15	-0,02	1,00	0,10	0,11	0,04	0,19	0,02
SBSP3	0,12	0,18	0,16	0,07	0,11	0,10	1,00	0,11	0,15	0,16	0,07
TBLE3	0,24	0,24	0,38	0,25	0,34	0,11	0,11	1,00	0,19	0,34	0,22
TIMP3	0,16	0,22	0,23	0,05	0,17	0,04	0,15	0,19	1,00	0,27	0,23
UGPA3	0,29	0,27	0,37	0,27	0,34	0,19	0,16	0,34	0,27	1,00	0,20
VALE3	0,16	0,28	0,43	0,16	0,21	0,02	0,07	0,22	0,23	0,20	1,00

Fonte: Elaboração própria (2014)

APENDICE C – Tabela da matriz de covariância da carteira 1 (um)

	ABEV3	ALLL3	BBAS3	BBDC3	BRFS3	BRML3	BRPR3	BVMF3	CCRO3	CPFE3	CRUZ3
ABEV3	0,26%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
ALLL3	0,01%	0,06%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%
BBAS3	0,01%	0,01%	0,10%	0,03%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%
BBDC3	0,02%	0,02%	0,03%	0,04%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%
BRFS3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
BRML3	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,04%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%
BRPR3	0,00%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,06%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%
BVMF3	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,05%	0,02%	0,02%	0,01%
CCRO3	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,03%	0,01%	0,01%
CPFE3	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,03%	0,01%
CRUZ3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,03%
CSAN3	0,00%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%
CSNA3	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%
CTIP3	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%
CYRE3	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%
DTEX3	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%
ECOR3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%
ELET3	0,01%	0,02%	0,03%	0,03%	0,01%	0,03%	0,03%	0,03%	0,02%	0,03%	0,01%
EMBR3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ENBR3	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%
ESTC3	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%
EVEN3	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%
FIBR3	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
GFSA3	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,03%	0,02%	0,03%	0,02%	0,02%	0,01%
HGTX3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%
HYPE3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
KROT3	0,01%	0,01%	0,04%	0,03%	0,00%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%
LREN3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%
MRFG3	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%
MRVE3	0,00%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%
NATU3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
PDGR3	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,03%	0,02%	0,03%	0,01%	0,02%	0,01%
PETR3	0,01%	0,02%	0,02%	0,03%	0,01%	0,03%	0,02%	0,03%	0,02%	0,02%	0,01%
QUAL3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
RENT3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
RSID3	0,01%	0,09%	0,08%	0,06%	0,03%	0,08%	0,08%	0,06%	0,08%	0,06%	0,06%
SBSP3	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%
TBLE3	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%
TIMP3	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
UGPA3	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
VALE3	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%

(continua)

	CSAN3	CSNA3	CTIP3	CYRE3	DTEX3	ECOR3	ELET3	EMBR3	ENBR3
ABEV3	0,00%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%
ALLL3	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%
BBAS3	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,03%	0,00%	0,01%
BBDC3	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,03%	0,00%	0,01%
BRFS3	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%
BRML3	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,03%	0,00%	0,01%
BRPR3	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,03%	0,00%	0,01%
BVMF3	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,03%	0,00%	0,02%
CCRO3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,00%	0,01%
CPFE3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,03%	0,00%	0,02%
CRUZ3	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%
CSAN3	0,03%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%
CSNA3	0,01%	0,07%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,03%	0,01%	0,02%
CTIP3	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%
CYRE3	0,01%	0,02%	0,01%	0,03%	0,01%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%
DTEX3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,04%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%
ECOR3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,00%	0,01%
ELET3	0,02%	0,03%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,10%	0,00%	0,02%
EMBR3	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,03%	0,00%
ENBR3	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,00%	0,04%
ESTC3	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%
EVEN3	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%
FIBR3	0,00%	0,02%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%
GFSA3	0,02%	0,03%	0,01%	0,03%	0,02%	0,01%	0,04%	0,01%	0,02%
HGTX3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%
HYPE3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%
KROT3	0,01%	0,03%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	-0,06%	0,00%	-0,01%
LREN3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%
MRFG3	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,03%	0,01%	0,02%
MRVE3	0,02%	0,02%	0,01%	0,03%	0,02%	0,01%	0,03%	0,00%	0,01%
NATU3	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%
PDGR3	0,02%	0,03%	0,01%	0,03%	0,02%	0,01%	0,04%	0,01%	0,02%
PETR3	0,02%	0,03%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,04%	0,00%	0,02%
QUAL3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%
RENT3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%
RSID3	0,06%	0,02%	0,04%	0,06%	0,03%	0,03%	0,08%	-0,02%	0,04%
SBSP3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%
TBLE3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%
TIMP3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%
UGPA3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%
VALE3	0,01%	0,03%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,02%	0,00%	0,01%

(continuação)

	ESTC3	EVEN3	FIBR3	GFSA3	HGTX3	HYPE3	KROT3	LREN3	MRFG3	MRVE3
ABEV3	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,00%
ALLL3	0,01%	0,02%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%
BBAS3	0,01%	0,02%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	0,04%	0,01%	0,02%	0,02%
BBDC3	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,03%	0,01%	0,02%	0,02%
BRFS3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%
BRML3	0,01%	0,02%	0,00%	0,03%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%
BRPR3	0,01%	0,02%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%
BVMF3	0,01%	0,02%	0,00%	0,03%	0,02%	0,01%	0,00%	0,02%	0,02%	0,02%
CCRO3	0,01%	0,02%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%
CPFE3	0,00%	0,02%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,02%	0,02%
CRUZ3	0,00%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	-0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
CSAN3	0,01%	0,02%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%
CSNA3	0,00%	0,02%	0,02%	0,03%	0,01%	0,01%	0,03%	0,01%	0,02%	0,02%
CTIP3	0,00%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%
CYRE3	0,00%	0,02%	0,00%	0,03%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,02%	0,03%
DTEX3	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%
ECOR3	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%
ELET3	0,00%	0,02%	0,00%	0,04%	0,02%	0,01%	-0,06%	0,02%	0,03%	0,03%
EMBR3	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%
ENBR3	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	-0,01%	0,01%	0,02%	0,01%
ESTC3	0,19%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,00%	0,06%	0,01%	0,01%	0,01%
EVEN3	0,01%	0,04%	0,00%	0,03%	0,02%	0,01%	0,05%	0,02%	0,02%	0,03%
FIBR3	0,00%	0,00%	0,04%	0,01%	0,00%	0,00%	0,07%	0,00%	0,01%	0,01%
GFSA3	0,01%	0,03%	0,01%	0,11%	0,02%	0,02%	0,06%	0,02%	0,03%	0,05%
HGTX3	0,01%	0,02%	0,00%	0,02%	0,04%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%
HYPE3	0,00%	0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,02%	0,03%	0,01%	0,01%	0,02%
KROT3	0,06%	0,05%	0,07%	0,06%	0,01%	0,03%	9,99%	0,01%	-0,04%	0,01%
LREN3	0,01%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,03%	0,01%	0,02%
MRFG3	0,01%	0,02%	0,01%	0,03%	0,01%	0,01%	-0,04%	0,01%	0,09%	0,02%
MRVE3	0,01%	0,03%	0,01%	0,05%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,08%
NATU3	0,01%	0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	-0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
PDGR3	0,00%	0,03%	0,01%	0,05%	0,02%	0,02%	0,00%	0,02%	0,03%	0,04%
PETR3	0,01%	0,02%	0,00%	0,04%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%
QUAL3	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
RENT3	0,00%	0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%
RSID3	0,07%	0,04%	-0,01%	0,09%	0,06%	0,04%	0,08%	0,06%	0,10%	0,05%
SBSP3	0,00%	0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	-0,01%	0,01%	0,01%	0,02%
TBLE3	0,00%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	-0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
TIMP3	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	-0,01%	0,01%	0,01%	0,02%
UGPA3	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
VALE3	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%

(finaliza)

	NATU3	PDGR3	PETR3	QUAL3	RENT3	RSID3	SBSP3	TBLE3	TIMP3	UGPA3	VALE3
ABEV3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%
ALLL3	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,09%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
BBAS3	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,08%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%
BBDC3	0,01%	0,02%	0,03%	0,01%	0,01%	0,06%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
BRFS3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,03%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%
BRML3	0,01%	0,03%	0,03%	0,01%	0,01%	0,08%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
BRPR3	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,08%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
BVMF3	0,01%	0,03%	0,03%	0,01%	0,01%	0,06%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
CCRO3	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,08%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
CPFE3	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,06%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%
CRUZ3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,06%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
CSAN3	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,06%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
CSNA3	0,01%	0,03%	0,03%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,03%
CTIP3	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,04%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
CYRE3	0,01%	0,03%	0,02%	0,01%	0,01%	0,06%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
DTEX3	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,03%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
ECOR3	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,03%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%
ELET3	0,02%	0,04%	0,04%	0,01%	0,02%	0,08%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%
EMBR3	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,02%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%
ENBR3	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,04%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
ESTC3	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,00%	0,07%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%
EVEN3	0,01%	0,03%	0,02%	0,01%	0,01%	0,04%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
FIBR3	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,01%
GFS3	0,02%	0,05%	0,04%	0,01%	0,02%	0,09%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%
HGT3	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,06%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
HYPE3	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,04%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
KROT3	-0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	0,08%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	0,01%	0,02%
LREN3	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,06%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
MRFG3	0,01%	0,03%	0,03%	0,01%	0,01%	0,10%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
MRVE3	0,01%	0,04%	0,03%	0,01%	0,02%	0,05%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%
NATU3	0,03%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,03%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
PDGR3	0,02%	0,09%	0,03%	0,01%	0,02%	0,15%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%
PETR3	0,02%	0,03%	0,07%	0,01%	0,01%	0,06%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%
QUAL3	0,01%	0,01%	0,01%	0,03%	0,01%	0,06%	0,00%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%
RENT3	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
RSID3	0,03%	0,15%	0,06%	0,06%	0,00%	4,88%	0,08%	0,04%	0,02%	0,06%	0,01%
SBSP3	0,01%	0,02%	0,01%	0,00%	0,01%	0,08%	0,13%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%
TBLE3	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,04%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%
TIMP3	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,04%	0,01%	0,01%
UGPA3	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,06%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%
VALE3	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,03%

Fonte: Elaboração própria (2014).